



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

CENTRO UNIVERSITARIO UAEM VALLE DE MÉXICO

**INFLACIÓN E INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA EN
LATINOAMÉRICA: ANÁLISIS ECONÓMTRICO DE UN
MODELO DE SERIES DE TIEMPO HÍBRIDO (1969-2017).**

TESIS

Que para obtener el Título de

LICENCIADO EN ACTUARIA

Presenta

C. María de Lourdes Rodríguez Jacinto

Asesor: D. en E. Eduardo Rosas Rojas

Atizapán de Zaragoza, Edo. de Méx. Febrero 2020



**INFLACIÓN E INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA EN LATINOAMÉRICA:
ANÁLISIS ECONOMETRICO DE UN MODELO DE SERIES DE TIEMPO HÍBRIDO
(1969-2017)**

por

C. María de Lourdes Rodríguez Jacinto

RESUMEN

En el presente trabajo se examina la relación entre inflación e incertidumbre inflacionaria, con el fin de probar si se acepta la hipótesis propuesta por Friedman (1997) la cual indica que un mayor nivel de inflación traerá consigo un aumento en la incertidumbre inflacionaria del siguiente periodo, y al mismo determinar la aceptación de la hipótesis que señala que el Banco Central actúa de manera estabilizadora.

El objetivo de la investigación es determinar a través del uso de la metodología GARCH modelos econométricos híbridos para identificar si siete países Latinoamericanos (Bolivia, Colombia, Ecuador, México, Paraguay, Perú y Uruguay) han logrado controlar sus niveles de inflación a través de la implementación del régimen de Metas de Inflación, identificando el impacto que se ha tenido desde el momento en que ha sido adoptado sobre la incertidumbre generada por la inflación. Considerando además en estos modelos las características propias de la serie de tiempo tales como los choques a los que está expuesta la inflación, identificando con ello el efecto apalancamiento que se encuentra presente.

Los datos empleados para desarrollar la estimación del modelo empírico corresponden al Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC), para el periodo de 1969 a 2017, con una periodicidad mensual, los cuales fueron extraídos del Fondo Monetario Internacional.

**INFLACIÓN E INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA EN LATINOAMÉRICA:
ANÁLISIS ECONÓMTRICO DE UN MODELO DE SERIES DE TIEMPO HÍBRIDO
(1969-2017)**

by

C. María de Lourdes Rodríguez Jacinto

Abstract

This paper examines the relationship between inflation and inflationary uncertainty, in order to test whether the hypothesis proposed by Friedman (1997) is accepted, which indicates that a higher level of inflation will lead to an increase in the inflationary uncertainty of the following period, and determining the acceptance of the hypothesis that states that the Central Bank acts in a stabilizing manner.

The objective of the research is to determine through the use of the GARCH methodology hybrid econometric models to identify if seven Latin American countries (Bolivia, Colombia, Ecuador, Mexico, Paraguay, Peru and Uruguay) have managed to control their inflation levels through the implementation of the Inflation Targets regime, identifying the impact that has been had from the moment it has been adopted on the uncertainty generated by inflation. Considering also in these models the characteristics of the time series such as the shocks to which inflation is exposed, thereby identifying the leverage effect that is present.

The data used to develop the estimation of the empirical model correspond to the National Consumer Price Index (INPC), for the period from 1969 to 2017, with a monthly periodicity, which were extracted from the International Monetary Fund.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. El esquema de Metas de Inflación en América Latina	4
1.1 Revisión histórica del modelo de Meta de Inflación.....	4
1.2 Revisión de la literatura sobre la inflación e incertidumbre inflacionaria.....	20
CAPÍTULO 2. Modelos de series temporales relativos al Índice Nacional de Precios al Consumidor en América Latina	27
2.1 Hechos estilizados de las variables financieras.....	27
2.2 Procesos estocásticos.....	30
2.2.1 Procesos estocásticos estacionarios.....	30
2.2.2 Procesos estocásticos no estacionarios.....	31
2.2.3 Procesos estocásticos de raíz unitaria.....	34
2.3 Transformaciones temporales de series no estacionarias.....	36
2.4 Modelos AR, MA, ARIMA.....	39
2.4.1 Modelos autorregresivos.....	39
2.4.2 Proceso de medias móviles.....	44
2.4.3 Proceso autorregresivo y de medias móviles.....	45
2.5 Aplicación de la metodología Box-Jenkins para el pronóstico.....	47
2.6 Cambios estructurales.....	56
CAPÍTULO 3. Modelo de volatilidad para la inflación en América Latina	61
3.1 El modelo ARCH.....	62
3.1.1 Prueba de efectos ARCH.....	64
3.2 Modelo GARCH (p, q).....	64
3.3 Extensión de los modelos GARCH.....	66
3.3.1 Modelos GARCH asimétricos.....	66
3.3.1.1 Modelo GJR GARCH.....	68
3.3.1.2 Modelo EGARCH.....	69
3.3.2 Modelos M-GARCH.....	70
3.4 Modelos híbridos.....	71
3.4.1 Modelos ARMA-GARCH.....	71
3.4.2 Modelos SARM-GARCH.....	73

3.5 Estimación mediante cuasi máxima verosimilitud.....	75
CAPÍTULO 4. Estimación empírica de la relación inflación e incertidumbre inflacionaria para las economías Latinoamericanas.....	79
4.1 Hipótesis sobre la relación de causalidad de la inflación y la incertidumbre inflacionaria.....	79
4.2 Información sobre los datos.....	81
4.3 Análisis estadísticos de la inflación en Latinoamérica.....	83
4.3.1 Resultados de la prueba de raíz unitaria.....	84
4.3.2 Estimación de los modelos SARIMA.....	88
4.3.3 Estimación de los modelos híbridos SARIMA-GARCH-M.....	92
4.3.4 Estimación de los modelos con efectos asimétricos.....	98
4.4 Resultados de los modelos híbridos.....	102
CONCLUSIONES.....	105
ANEXOS.....	108
Anexo 1.....	108
Anexo 2.....	109
Anexo 3.....	110

BIBLIOGRAFIA

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Marco de política monetaria.....	6
Cuadro 2. Elementos característicos del régimen de Metas de Inflación en América Latina.....	14
Cuadro 3. Comparación de las diferentes medidas de independencias del Banco Central en 2010.....	18
Cuadro 4. Transparencia por país.....	19
Cuadro 5. Resumen general de los estudios seleccionados.....	25
Cuadro 6. Resumen gráfico de los hechos estilizados.....	29
Cuadro 7. Solución particular.....	40
Cuadro 8. Solución complementaria.....	42

Cuadro 9. Condiciones de estacionariedad modelos AR (p).....	43
Cuadro 10. Condiciones de estacionariedad modelos MA (q).....	45
Cuadro 11. Condiciones de estacionariedad modelos ARMA (1,1).....	46
Cuadro 12. Valores críticos de la prueba Dickey-Fuller.....	50
Cuadro 13. Catálogo de la función de autocorrelación (FAC) y la función de autocorrelación parcial (FACP) de procesos estacionarios.....	53
Cuadro 14. Lineamientos generales de FAC y FACP.....	54
Cuadro 15. Resumen de las relaciones.....	81
Cuadro 16. Resumen de la extracción de datos a través de R.....	82
Cuadro 17. Parámetros estadísticos.....	84
Cuadro 18. Pruebas de raíz unitaria de la serie en niveles.....	85
Cuadro 19. Pruebas de raíz unitaria de la serie transformada.....	87
Cuadro 20. Estimación de los modelos de la media para la inflación.....	90
Cuadro 21. Prueba de efectos GARCH.....	92
Cuadro 22. Estimación de los modelos híbridos para la inflación.....	94
Cuadro 23. Prueba de Engle & Ng de sesgo de signo y tamaño.....	97
Cuadro 24. Estimación de los modelos asimétricos para la varianza de la inflación.....	100

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ruido blanco.....	31
Figura 2. Caminata aleatoria.....	31
Figura 3. Círculo unitario.....	36
Figura 4. Tendencia determinística.....	38
Figura 5. Tendencia estocástica.....	38
Figura 6. Representación gráfica de la ecuación de segundo orden.....	41
Figura 7. Diagrama de flujo de la metodología Box-Jenkins.....	48
Figura 8. Prueba Chow en R.....	58
Figura 9. Comportamiento de la variable.....	72
Figura 10. Prueba de efectos GARCH.....	73
Figura 11. Movimiento de la variable.....	74

ABREVIATURAS

ARIMA	Modelo Autorregresivo Integrado y de Medias Móviles
BC	Banco Central
BJ	Box-Jenkins
CEO	Director General
DA	Demanda Agregada
FAC	Función de Autocorrelación
FACP	Función de Autocorrelación Parcial
FMI	Fondo Monetario Internacional
GARCH	Modelos de Heteroscedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada
IFS	International Financial Statistics
INPC	Índice Nacional de Precios al Consumidor
IPC	Índice de Precios al Consumidor
MI	Metas de Inflación
NCM	Nuevo Consenso Macroeconómico
SARIMA	Modelo Autorregresivo Integrado y de Medias Móviles Estacional

INTRODUCCIÓN

La inflación es una de las variables macroeconómicas más importantes para cualquier economía. Es por ello que, desde hace algunos años los países alrededor del mundo han invertido grandes recursos en su estudio.

Desarrollando distintas teorías sobre las políticas que deben seguirse para controlarla de manera oportuna; evitando así, caer en un entorno donde nomine la incertidumbre inflacionaria como consecuencia de una mala administración y supervisión.

Esta incertidumbre inflacionaria afecta, en diferentes niveles, a todas las economías del mundo ya que todas se encuentran expuestas a la inflación, sin embargo, mucho depende del país del que se hable, pero en general los países Latinoamericanos han sido sumamente afectados por dicho costo.

La incertidumbre sobre la evolución futura de la inflación tiene dos tipos de efectos económicos. Primero, provoca que las empresas y los consumidores tomen decisiones que difieren de aquellas que habrían tomado en ausencia de la incertidumbre. Segundo, se presentan efectos después de que las decisiones han sido tomadas, que son considerados como efectos ex post, estos ocurren cuando la inflación discrepa de lo que había sido esperado. Por tal razón, las instituciones centrales han tomado acciones basadas en diferentes estudios para determinar cuál es la verdadera relación que existe entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria.

Generado de los resultados obtenidos en estas investigaciones, en los últimos años, algunos países han estructurado el manejo de su inflación en un régimen conocido como metas de inflación (MI) que surge directamente del Nuevo Consenso Macroeconómico (NCM), el cual tiene como sustento principal que el Banco Central (BC) debe plantear una inflación objetivo que tiene que ser cumplida en un cierto periodo y, para mantenerlo anclado debe comunicarlo y ser transparente con el público, con lo cual además obtiene credibilidad ante los mercados nacionales e internacionales. Este régimen considera que las economías deben contar con una institución central independiente y gozar de un sistema financiero sano.

Además, en décadas recientes, las principales corrientes ideológicas han propuesto una considerable variedad de modelos sobre los principales factores que afectan a la inflación con el fin de generar predicciones sobre su comportamiento futuro para mejorar su control, tales como el crecimiento real de la demanda, la depreciación del tipo de cambio, el crecimiento de la productividad laboral, entre otras. A la par, se han desarrollado modelos univariantes los cuales han marcado el comienzo de una nueva herramienta de pronóstico, que utilizan su propio pasado para determinar su influencia; en otros casos se han combinado con modelos de varianza condicional heteroscedástica, con el objetivo de identificar uno de sus principales determinantes, la incertidumbre inflacionaria.

A estos modelos híbridos se les han incorporado variables cualitativas, que permiten capturar el efecto que tienen las buenas y las malas noticias, es decir, la asimetría presente en la serie, además de incluir el resultado de los choques estructurales y al mismo tiempo considerar el impacto generado por la implementación de políticas monetarias, impuestas hace ya más de tres décadas por el NCM.

La investigación actual busca definir, explicar y calibrar el comportamiento de la media de la inflación y su varianza en la región de Latinoamérica, específicamente de las economías de Bolivia, Colombia, Ecuador, México, Paraguay, Perú y Uruguay, las cuales son economías en desarrollo que han atravesado procesos altamente inflacionarios. Empleando datos que corresponden al Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) para el periodo de 1969 a 2017 de manera mensual, lo cual representa 584 observaciones disponibles.

La hipótesis de esta investigación considera que al evaluar el fenómeno de retroalimentación en las siete economías latinoamericanas seleccionadas existe una relación causal positiva desde la inflación hacia la incertidumbre inflacionaria, como lo sugirieron Friedman (1977) y Ball (1992); es decir, cuanto más elevada sea la tasa de inflación, mayor será la incertidumbre en la tasa de inflación en el próximo periodo (Perrotini y Rodríguez, 2012: 4).

Adicionalmente, se halla de manera simultánea una relación que va desde la incertidumbre en la tasa de inflación hacia la inflación futura, lo cual concuerda con la investigación elaborada por Cukierman y Meltzer (1986), por lo tanto significa que los BC's presentan aversión a la inflación pero se comportan de manera oportunista, es decir, aprovechan la incertidumbre para crear una inflación inesperada a través de políticas de corte monetario expansivo.

La idea principal de la investigación es dar respuesta a estas incógnitas a través de la investigación del comportamiento de la inflación de las economías Latinoamericanas elegidas cuyo común denominador es que sus BC's tienen el mandato legal de preservar la estabilidad de los precios y por esta razón presentan un cambio dado por la adopción del modelo de metas de inflación. Motivo por el cual se ha elegido un periodo que abarca tanto los años previos al régimen de MI y la etapa en que ha operado como el régimen oficial.

Cada una de estas economías es estudiada por separado para generar un modelo SARIMA-GJR-GARCH-M que realmente se adapte a las particularidades de cada economía, para finalmente, estimar las variables significativas tanto para la inflación como para la incertidumbre inflacionaria.

El presente escrito se divide en cuatro capítulos. En el primero se muestra la teoría que fundamenta el modelo de metas inflación y también se revisan algunos estudios teóricos y empíricos sobre la relación inflación e incertidumbre inflacionaria. En el segundo capítulo se explica a detalle la metodología correcta para el tratamiento de las series de tiempo financieras a las cuales pertenece la inflación. Mientras que, en el capítulo tres se expone la metodología desarrollada por Engle (1982) para modelar la volatilidad que se encuentra presente en la variable de estudio. En el cuarto capítulo se lleva a cabo la estimación y comprobación de las hipótesis de los modelos, para concluir el análisis empírico de cada una de las economías. Finalmente se concluye la investigación destacando los principales hallazgos encontrados.

CAPITULO 1. EL ESQUEMA DE METAS DE INFLACIÓN EN AMERICA LATINA

En este primer capítulo, inicialmente se muestra una revisión histórica del modelo de metas de inflación, es decir, se presentan las políticas más relevantes que fundamentan su implementación. Derivado de las investigaciones recientes, los expertos han propuesto distintas políticas que tienen como principal objetivo preservar la estabilidad de precios de los países que opten por implementar el régimen de estabilidad de precios. Además, se discuten los costos y consecuencias para los ciudadanos, las empresas y el mismo gobierno de este particular manejo de la inflación y su incertidumbre inflacionaria. Más adelante, se establecen ciertos factores necesarios para que las metas de inflación puedan funcionar, llegando con esto a un debate, entre si estos factores previos son los que ocasionan un cambio en los niveles de inflación o si esto realmente se debe a la correcta ejecución de dicha política.

Finalmente, se revisan algunos estudios de la relación entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria, explicándose como es que se calcula esta última a través de la implementación de modelos de Heteroscedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada (GARCH, por sus siglas en inglés), y la manera de implementar dentro de estos modelos los componentes previos. De este modo, se establecen de manera clara las hipótesis que han sido propuestas por las principales investigaciones en la materia, y que son la base para el análisis empírico que se desarrolla en los capítulos subsecuentes. La importancia del contenido de este capítulo radica en que permite identificar los conocimientos teóricos previos necesarios para el desarrollo empírico de esta investigación.

1.1 REVISIÓN HISTÓRICA DEL MODELO DE METAS DE INFLACIÓN

A lo largo del tiempo la inflación ha sido un fenómeno económico de gran importancia, pues su control y estabilidad reflejan el tipo de política de la institución central que la controla. A pesar de ser un fenómeno que ha estado presente en las economías mundiales desde hace muchos años, su estudio ha tenido un creciente énfasis después de la segunda guerra mundial, pues a partir de ese momento, tanto las economías emergentes como las desarrolladas sufrieron procesos severamente inflacionarios.

Para hacer frente a este y otros desequilibrios, una gran cantidad de países de América Latina optaron por implementar el llamado Consenso de Washington, propuesto por John Williamson, el cual es un referente de política económica desde mediados de 1980. Los objetivos centrales de este decálogo¹ fueron básicamente promover el crecimiento, la estabilidad económica y la búsqueda de la reducción en los niveles de pobreza, pero a la par pretendía evitar las crisis de deuda externa.

Los resultados que los países de Latinoamérica obtuvieron fueron favorables en algunos aspectos, por ejemplo, hubo una baja en la inflación y también en el déficit presupuestario; “sin embargo, es interesante notar que la aplicación de las políticas económicas sustentadas en el Consenso de Washington no favorecieron el crecimiento económico y, en su lugar, parecen haber sido más funcionales para propiciar el pago de la deuda externa y en general permitir la recuperación de los capitales invertidos por las instituciones financieras en países en vía de desarrollo como los latinoamericanos” (Castañeda y Díaz, 2017: 21). Williamson adjudicó dichas situaciones a una mala aplicación o un mal entendimiento de la política. Por esta razón, en décadas más recientes, los Bancos Centrales de países latinoamericanos han llevado a cabo la implementación de diferentes marcos de política monetaria (Cuadro 1).

El modelo de inflación objetivo surge del Nuevo Consenso Macroeconómico, el cual “sostiene que el modelo de metas de inflación y régimen de tipo de cambio flexible con la tasa de interés de corto plazo como instrumento es el marco de política monetaria óptimo”

¹ Los diez instrumentos de política que conformaron el Consenso de Washington: (I) Asegurar la disciplina fiscal, con un déficit operativo de no más del 2% del PIB, (II) Establecer prioridades de gasto público, es decir, eliminar todos los subsidios, (III) Incrementar el ingreso fiscal, al ampliar la base gravable y moderar las tasas marginales, (IV) Liberalizar las tasas de interés, (V) Establecer un régimen flexible del tipo de cambio, (VI) Liberalizar el comercio exterior, (VII) Liberalizar los flujos de inversión extranjera, (VIII) Privatizar empresas paraestatales para más eficiencia, (IX) Desregular para promover la competencia y, (X) Garantizar los derechos de propiedad (en forma similar a la de Estados Unidos) (Moreno et al., 2004: 151).

Cuadro 1. Marco de Política Monetaria²

Régimen de tipo de cambio	Anclaje de tipo de cambio	Régimen de objetivo monetario	Régimen de metas de inflación	Otro
	Dólar Estadounidense			
Moneda de curso legal	Ecuador El Salvador Panamá			
Caja de conversión	Antigua y Barbuda Dominica Grenada San Vicente y las Granadinas			
Fijación convencional	Aruba Las Bahamas Barbados Belice Venezuela			
Arreglo estabilizado	Guyana Trinidad y Tobago	Bolivia Suriname		Costa Rica
Devaluación progresiva	Hondura Nicaragua			
Arrastre como arreglo			República Dominicana	Jamaica
Flotación			Brasil Colombia Guatemala Paraguay Perú Uruguay	Argentina
Libre flotación			Chile México	

Fuente: Elaboración propia con base en Fondo Monetario Internacional (2016)

² Para mayores detalles ver la tabla 2 “De Facto Classification of Exchange Rate Arrangements and Monetary Policy Frameworks, April 30,2016”, publicado en Annual Report on Exchange Arrangements and Exchange Restrictions (2016).

(García y Perrotini, 2014: 37-38). Este consenso se puede describir en las siguientes ecuaciones, las cuales “representan la dinámica de la demanda agregada (la llamada curva IS), la inflación (corresponde a la hipótesis NAIRU³) y la tasa de interés real (la regla de Taylor, que es la función de reacción del BC)” (Perrotini, 2007: 68):

$$\text{Curva IS} \quad y_t = \gamma_0 - \alpha r + \varepsilon_1 \quad (1)$$

$$\text{Curva de Phillips} \quad \pi_t = \pi_{t-1} + \beta(y_t - y^T) + \varepsilon_2 \quad (2)$$

$$\text{Regla de Taylor} \quad r_t = r^* + \phi_\pi \pi_r + \phi_y y_r \quad (3)$$

Donde r es la tasa de interés real, γ_0 es la parte de la demanda agregada que no depende del ingreso, γ_t es la demanda agregada, γ^T es el nivel de ingreso deseado, π_t es la inflación en el periodo t , π_{t-1} es la inflación rezagada un periodo, y_r es la brecha del producto la cual está dada por $(\gamma_t - \gamma^T)$, π_r es la brecha de la inflación que está determinada por $(\pi_t - \pi^T)$, π^T es la inflación objetivo, r^* es la tasa natural de interés, ε_1 y ε_2 son términos de perturbación.

Además al hablar de economías abiertas (como los son la mayoría de las economías Latinoamericanas) es necesario agregar una cuarta ecuación, la cual determina al tipo de cambio:

$$\text{Tipo de cambio} \quad \ell_t = \Psi r_t + \varepsilon_3 \quad \Psi > 0 \quad (4)$$

En donde ψ mide la relación entre el tipo de cambio y la tasa de interés real (si $\psi=1$ se dice que se cumple la llamada condición de paridad de tasas de interés descubierta⁴) y ε_3 es un término de error.

³ Se le llama así a la tasa natural de desempleo que es compatible con una tasa de inflación baja y estable.

⁴ La paridad de las tasas de interés descubierta indica “que el tipo de cambio se determina por libre flotación, y que la elasticidad de los flujos de capital a corto plazo respecto a las tasas de rendimiento es muy elevada, por lo que sería inútil que los bancos centrales trataran de intervenir en el mercado cambiario aumentando la oferta o la demanda de divisas, ya que cualquier acción tendría efectos monetarios que causarían una reacción compensatoria en los flujos de capital” (Rosas, 2011, pp. 101).

Este modelo expresa la política a seguir por el Banco Central para lograr alcanzar el objetivo primordial de la meta de estabilidad de precios. “El sistema funciona así: cuando la brecha de producto aumenta, se incrementa la inflación, y con ella aumenta también la brecha de inflación. En consecuencia, con base en la regla de Taylor, el BC debe aumentar la tasa de interés r_t . Conforme aumenta r_t la inflación disminuye, π_t y γ_t tenderán hacia π^T y γ^T respectivamente y, por tanto, las brechas de inflación y producto tienden a cero, $\pi_t = 0$ y $\gamma_t = 0$. Así, al colmarse las dos brechas, $r_t = r^*$, es decir, la tasa de interés real actual se igualará con la tasa “natural” (o de equilibrio) de interés. Y en este punto, la economía alcanza la estabilidad de precios” (Perrotini, 2007: 69).

Este funcionamiento se ve explicado a través de los canales de transmisión de la política monetaria, los cuales pretenden reflejar como cada una de las acciones del Banco Central repercute directa e indirectamente en el cumplimiento del objetivo principal (la estabilidad de precios). Diversas investigaciones sugieren que el mecanismo de transmisión de la política monetaria en el Nuevo Consenso Macroeconómico se lleva a cabo a través dos canales relevantes:

Primero, el canal de demanda agregada (DA), “el Banco Central puede alterar componentes sensibles a la tasa de interés real de la curva tipo IS en la ecuación (1), como el consumo C y la inversión I y, por lo tanto, la función de demanda agregada DA, que a su vez, afecta el nivel de producción actual y en la brecha de producción ($\gamma - \bar{\gamma}$). Además, la ecuación (2) muestra que la tasa de inflación actual es función de la brecha del producto ($\gamma - \bar{\gamma}$). Por lo tanto, mediante los cambios apropiados en el nivel de producción actual γ , y por lo tanto de la brecha del producto, el banco central puede llevar (y luego mantener) la tasa de inflación actual a su nivel objetivo deseado π^T ” (Fontana, 2009: 9).

$$\Delta i \Rightarrow \Delta r \Rightarrow \Delta C \& \Delta I \Rightarrow \Delta DA \Rightarrow \Delta Y \& \Delta UN \Rightarrow \Delta(\gamma - \bar{\gamma}) \Rightarrow \Delta \pi$$

Segundo, el canal de expectativas de inflación, el establecer este canal hace un poco menos laborioso establecer el canal de demanda agregada explicado anteriormente. “La tasa de inflación real es una función del valor esperado de la tasa de inflación futura $E_t(\pi_{t+1})$. Esto

significa, que siempre que el Banco Central se vea comprometido a través de su estrategia de precios a largo plazo, es decir, $\pi = \pi^T$, entonces $E_t(\pi_{t+1})$ está anclado al nivel real de inflación. En otras palabras, en este caso, el valor esperado de la tasa de inflación futura se vuelve menos importante para determinar la tasa de inflación real” (Fontana, 2009: 10).

$$\Delta i \Rightarrow \Delta(\pi - \pi^T) \Rightarrow \Delta E_t(\pi_{t+1})$$

Ambos canales tienen una fuerte relación; mientras más fuerte se encuentre el canal de expectativas de inflación, se verá reducido el costo de mantener la estabilidad de precios a través de los cambios en las tasas de interés. Esto quiere decir que, el canal de demanda agregada se ve fortalecido por el canal de expectativas de inflación.

“Hay otros canales de transmisión de la política monetaria que se disparan cuando el banco central modifica las tasas de interés. Puede decirse que no hay un consenso acerca del efecto preciso de los choques monetarios” (Sánchez, et.al 2012: 137).

En este contexto, existe literatura escasa y divisiva en cuanto a los efectos de la política fiscal, “mientras que los responsables políticos de todo el mundo apoyan firmemente un aumento del gasto público para resolver la profunda crisis financiera y la recesión económica de 2007-09, los académicos no están seguros de la dirección de los efectos de las intervenciones fiscales, y menos aún de la magnitud de esos efectos” (Fontana, 2009: 15).

Frente a esta situación, no es nada extraño que el nuevo consenso macroeconómico no presente un papel explícito para el gobierno y la política fiscal. Para los proponentes del nuevo consenso macroeconómico el gobierno y la política fiscal tienen una función marginal. La política fiscal es distorsionante, inflacionaria y por lo tanto, útil principalmente en períodos de deflación extrema (véase por ejemplo Krugman, 2005). El paradigma aboga por la consolidación fiscal⁵

⁵ La Comisión Europea (2003) adoptó la definición de consolidación fiscal propuesta por Alesina y Ardagna (1998): “es un año donde mejoran los ajustes cíclicos del balance primario en, al menos, 2% con respecto al PIB; o un periodo de dos años consecutivos, donde el balance primario ajustado cíclicamente mejora en, al menos 1.5%, por año, en ambos años” (p.146).

en aquellos países de mercados emergentes, en los que las crisis tienen su origen principalmente en la percepción del mercado de que ha caído en la prodigalidad fiscal y en una dinámica insostenible de la deuda.

“En todo caso, mirando al conjunto de las ecuaciones 1-3 anteriores, la política fiscal debería tener el papel más destacado en el modelo NCM; la razón es que el rol del instrumento de política en el modelo NCM puede ser jugado por cualquier variable que afecte a los componentes de la función de demanda agregada y, la política fiscal parece ser más directa en sus efectos en comparación con la política monetaria” (Fontana, 2009: 16). En este caso, el efecto se vería reflejado a través del canal de demanda agregada (DA) del mecanismo de transmisión de la política fiscal en el nuevo consenso macroeconómico, en donde, el gobierno puede afectar directamente la demanda agregada, y por lo tanto la brecha de producción, desplazando el gasto público real (G) y/o los impuestos (T).

$$\Delta G \& \Delta T \Rightarrow \alpha_0 \Rightarrow \Delta DA \Rightarrow \Delta Y \& \Delta UN \Rightarrow \Delta(y - \bar{y}) \Rightarrow \Delta \pi$$

Las características principales que conforman a este nuevo paradigma monetario son:

1. “La estabilidad de precios es la meta primaria de largo plazo de la política monetaria” (Bernanke et al., 1999: 10). Esta estabilidad está definida “como la inflación objetivo que genera una tasa de inflación suficientemente baja y neutral de largo plazo” (Taylor, 1999; Woodford, 2003)
2. El régimen de política monetaria debe promover “la credibilidad de los mercados financieros, los inversionistas y los consumidores; credibilidad, y transparencia de la política monetaria son requisitos de vital importancia” (Heenan et al., 2006).
3. “Los objetivos del marco de metas de inflación se logran mediante el principio de discreción restringida...Es un enfoque que permite a los responsables de la política monetaria un amplio margen de maniobra para responder a las crisis económicas, las perturbaciones financieras y otros acontecimientos imprevistos” (Arestis y Sawyer, 2003: 5).

4. “La política monetaria es el determinante clave de la inflación y la moneda es endógena. El BC tiene total control de la tasa de interés, así que la actividad económica gravita en torno de un equilibrio de oferta (Arestis y Sawyer, 2003^a: 8).
5. “La independencia del instrumento del BC es un aspecto distintivo del nuevo paradigma monetario porque se dice que fomenta la credibilidad, contribuye a superar el problema de la inconsistencia temporal y a garantizar la efectividad de una política monetaria” (Mishkin y Schmidt-Hebbel, 2001; Heenan et al., 2006).
6. “El presupuesto fiscal debe administrarse con base en el principio del balance fiscal estructural, es decir, el déficit fiscal debe equilibrarse a lo largo del ciclo económico, dado que la política fiscal también está sujeta al problema de la inconsistencia temporal planteado por Kydland y Prescott (1977)” (Perrotini, 2007: 72) “Las fluctuaciones de la demanda efectiva no desempeñan ningún papel en el marco de política del nuevo paradigma monetario, dado que el crecimiento del PIB está determinado por la oferta de recursos productivos” (Arestis y Sawyer, 2003a; Lavoie, 2004).
7. Un régimen de tipo de cambio flexible, es una condición del modelo de inflación objetivo, debido a que “ayuda a que las operaciones de mercado abierto del Banco Central se transmitan efectivamente al resto de la economía; permite que el Banco Central practique una política monetaria autónoma y persiga el objetivo de estabilidad de precios con base en el Modelo de Inflación Objetivo” (Perrotini, 2007: 73).

En 1990, Nueva Zelanda implementó por primera vez el régimen de metas de inflación, seguido por Canadá e Inglaterra. Al ver el éxito que éste tuvo en países avanzados, algunos países emergentes decidieron adaptar y adoptar este régimen. En Latinoamérica los pioneros fueron Chile, Brasil y Colombia en 1999, quienes más tarde fueron imitados por México (2001), Perú (2002) y Uruguay (2007). Hoy en día existen al menos 38 países⁶ en el mundo que han decidido utilizar los objetivos de inflación.

El esquema de metas de inflación establece que la estabilidad de los precios es el principal objetivo que tiene la política monetaria, para esto se define un objetivo específico que debe ser

⁶ Estos países son: Albania, Armenia, Australia, Brasil, Canadá, Chile, Colombia, Corea, Filipinas, Georgia, Ghana, Guatemala, Hungría, India, Indonesia, Islandia, Israel, Japón, Kazakhsan, México, Moldavia, Noruega, Nueva Zelanda, Paraguay, Perú, Polonia, Reino Unido, República Checa, República dominicana, Rumania, Rusia, Serbia, Sudáfrica, Suecia, Tailandia, Turquía, Uganda y Uruguay.

planteado en el mediano y/o largo plazo. Lo que se pretende alcanzar es un entorno de tranquilidad económica y con ello evitar los altos costos, tanto económicos como sociales, que generaría vivir con una inflación alta e inestable.

El principal costo es que la inflación es un impuesto regresivo, es decir, que se cobra a todos por igual, tanto ricos como pobres pagan exactamente lo mismo, pero es lógico que afecta más a los hogares que menos tienen, ya que estos tienen la mayor parte de sus ingresos en efectivo por lo cual su poder adquisitivo se ve directamente afectado por la inflación.

También existe un costo conocido como asignación ineficiente de recursos, aquí tanto las familias como las empresas al verse rodeados de una gran incertidumbre, respecto al curso que tomara la inflación, son incapaces de tomar decisiones acertadas para el manejo de sus recursos económicos.

Por último, existe un costo que implica que los agentes económicos no se encuentren incentivados en invertir o mantener un ahorro a largo plazo, por lo cual decidan esperar a que la inflación se encuentre estable o en el peor de los casos decida invertir en otro país con una oferta más atractiva, pero sobre todo más segura. Este costo se ve directamente reflejado en el posible crecimiento económico que podría tener dicho país. Aunque, cabe aclarar que el asegurar un ambiente de estabilidad no garantiza un crecimiento económico, para esto será necesario promover la productividad y competitividad desde los niveles más básicos de la economía, así como tener unas finanzas públicas sanas.

Existen diversas razones por las cuales los Bancos Centrales han optado por implementar el esquema de objetivos de inflación, principalmente estos institutos centrales tienen un mandato constitucional que les indica que deben preservar una estabilidad de precios; en otras ocasiones acuden a este régimen cuando existe un desequilibrio entre la base monetaria y la inflación, especialmente cuando la primera no puede ser controlada debido a una baja elasticidad de la tasa de interés.

La correcta aplicación del esquema de metas de inflación tiene al menos dos factores fundamentales para su consolidación: primero, se ve apoyado por una alta transparencia de la política monetaria, los Bancos Centrales deben publicar de 2 a 4 informes en el año, en éstos se indica de manera explícita el objetivo planteado, permitiendo así anclar las expectativas de inflación. Segundo, la rendición de cuentas, para poder evaluar si el objetivo que se había planteado en un principio ha sido alcanzado. Estos son elementos característicos de éste paradigma, en donde la tecnología de hoy en día ha facilitado enormemente esta tarea y ha ayudado a hacer que los lineamientos que lo rigen sean respetados (Cuadro 2).

A pesar de ser una política que ha sido derivada del Nuevo Consenso Macroeconómico, existen opiniones encontradas en cuanto a su desempeño. Diversos trabajos han buscado comprobar empíricamente la eficiencia del modelo de inflación objetivo. Scott Roger (2010) realiza un comparativo entre economías con objetivos de inflación y sin objetivos de inflación. Inicialmente, especifica que no es posible que se compare el desempeño de un país con dos regímenes diferentes, por ello, es necesario comparar países con características similares pero con políticas diferentes. Es por esta razón que hace una clasificación, en donde, por un lado están los países de alto ingreso (desarrollados) con y sin metas de inflación; y por el otro están países de bajo ingreso (emergentes), divididos de la misma manera, sus resultados concluyen lo siguiente:

- “Las economías de bajo ingreso, tanto las que fijaron metas de inflación como las que no lo hicieron, experimentaron importantes reducciones de su tasa de inflación y mejoras en las tasas medias de crecimiento. aunque los países que no utilizaron metas de inflación siguieron registrando una menor inflación y mayor crecimiento que los que adoptaron ese régimen, estos últimos mejoraron más su desempeño” (Roger, 2010: 48).

CUADRO 2. Elementos característicos del régimen de metas de inflación en América Latina

	BRASIL	COLOMBIA	MÉXICO	PARAGUAY	PERÚ	URUGUAY	
MARCO DE METAS DE INFLACIÓN	Fecha de adopción	Junio, 1999	Septiembre, 1999	2001	Octubre, 2011	Enero, 2002	2007
	Mandato legal	Decreto no. 3088	Constitución Nacional y Ley 31 de 1992	Artículo 28 de la Constitución Mexicana	Constitución Nacional y la Ley N° 489/95	Ley Orgánica	-----
	Autoridad monetaria	Banco Central de Brasil	Banco de la República	Banco de México	Banco Central del Paraguay	Banco Central de Reserva del Perú	Banco Central de Uruguay
	Independencia operacional	Sí	Sí	Sí	-----	Sí	-----
	Objetivo establecido por	Consejo Monetario Nacional (CMN).	Junta Directiva	Junta de Gobernadores	Comité Ejecutivo de Operaciones de Mercado Abierto	Consejo de Administración	Comité de Coordinación Macroeconómica
	Tipo de objetivo	Punto objetivo con intervalos de tolerancia	Rango	Punto objetivo con intervalos de tolerancia	Punto objetivo con intervalos de tolerancia	Punto objetivo con intervalos de tolerancia	Rango
	Horizonte objetivo	Objetivo anual	Medio	Medio	Dos años	En todo momento	Dos años
MECANISMO DE RENDICIÓN DE	Carta abierta	Sí	No	No	-----	No	-----
	Audiencias parlamentaria	Sí, seis veces al año	Sí, dos veces al año	Sí, no es regular	-----	Sí, una vez al año	-----
COMUNICACIÓN Y PUBLICACIONES	Reporte de inflación	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
	Aviso de prensa/conferencia	Conferencia de prensa	Sí	Comunicados de prensa	Comunicados de prensa	Teleconferencia	Comunicado
	Frecuencia	4	4	4	4	4	4

Fuente: Elaboración propia con base en Hammond (2011), Banco Central del Paraguay y Banco Central de Uruguay

- Además en estas mismas economías, hablando de ambos casos (con y sin metas de inflación) obtuvieron “una gran reducción de la volatilidad de la inflación y del producto, registrando las primeras disminuciones mayores, especialmente en la volatilidad de la inflación” (Roger, 2010: 48).
- En cuanto a las economías de alto ingreso “las que fijaron metas de inflación registraron, en promedio, escasa variación de su desempeño entre los dos períodos, mientras que en las restantes el crecimiento en general declinó. análogamente, en los países que aplicaron el régimen de metas la volatilidad tanto del producto como de la inflación varió poco entre los dos períodos, pero en los otros la volatilidad del producto fue mayor” (Roger, 2010: 48)

En general, las metas de inflación han funcionado bastante, sin embargo es claro que los países que aún no han implementado este régimen no se han quedado atrás y también se han visto beneficiados con una disminución en sus tasas de inflación, por lo cual no es posible concluir que la disminución en la inflación sea debido a la utilización de dicha política.

Así mismo, el trabajo presentado por Carrasco y Ferreiro (2014) hace un análisis del impacto de las metas de inflación en el rendimiento de la inflación, para ello examina el caso de economías emergentes de América Latina⁷, quienes a través de una estrategia antiinflacionaria, persiguen el objetivo general de estabilizar la inflación interna en torno a la inflación de una economía líder, en este caso se habla de la capacidad de mantener estable el tipo de cambio de cada país en relación al dólar estadounidense.

En 1980, las economías latinoamericanas sufrieron una fuerte caída en la producción pero también en la variación de la inflación, este periodo fue conocido como gran moderación, esto debido principalmente a tres razones: una disminución de los impactos externos (Hamed, et al., 2002; Walsh 2009), mejores prácticas por parte de las empresas e industrias (Mc Carthy y

⁷ Es un grupo de 8 países Latinoamericanos, de los cuales la mitad ha adoptado el régimen de objetivos de inflación (Chile, Colombia, México, Perú) y la otra mitad se conduce a través de otro régimen (Argentina, Bolivia, Uruguay y Venezuela).

Zakrajsek, 2007) o por cambios en la política económica, específicamente en la política monetaria (Galí y Gambetti, 2009).

Para poder probar claramente el impacto que tienen las metas de inflación en las economías emergentes, Carrasco y Ferreiro (2014) realizan un análisis empírico, con el cual pueden argumentar que:

- Si bien, en los países que decidieron manejar el régimen de metas de inflación lograron anclar de manera efectiva sus expectativas de inflación en torno a las bajas tasas de inflación reales, también los países que no usan esta política han logrado anclar sus expectativas de inflación a niveles bajos.
- Si las metas de inflación fueran un determinante para la disminución de las tasas de inflación, esta debería de tener una relación diferente con los Estados Unidos.
- La convergencia o divergencia en los diferenciales de inflación de América Latina con la economía de los Estados Unidos pueden explicarse por otros elementos diferentes que las políticas monetarias nacionales (Carrasco y Ferreiro, 2014: 29).

Las metas de inflación solo serían efectivas en aquellas economías que cumplen ciertas condiciones previas que incluyen: independencia institucional, una infraestructura técnica desarrollada y un sistema financiero saludable (FMI, 2005). En este sentido existen argumentos que indican que la reducción en la tasa de inflación no se debió a la implementación de una política monetaria como los objetivos de inflación, si no que esta disminución viene desde el momento en que los Bancos Centrales adquirieron cierta independencia como consecuencia de la prohibición de financiar, además de que el cumplimiento de estas condiciones apoyarían en gran manera el objetivo de mantener la estabilidad de los precios

De manera más clara, “el buen funcionamiento de las metas de inflación depende más del compromiso y la capacidad de los formuladores de políticas para implementar las reformas institucionales; así como también depende de la autonomía de los bancos centrales, eliminación de la financiación monetaria de los déficits públicos y las políticas de comunicación y transparencia de los bancos centrales” (Carrasco y Ferreiro, 2014: 15).

La independencia del banco central puede ser definida como el grado de libertad con que cuenta dicha institución para aplicar la política monetaria sin interferencia de consideraciones políticas. Este término fue escrito inicialmente en 1980, y a partir de ese momento muchos países han optado por conceder mayor autonomía del gobierno a sus bancos centrales.

“El motivo principal detrás de la concesión de dicha autonomía fue la creencia de que un banco central independiente y soberano tendría más poder para disminuir la inflación y la volatilidad de los precios y, por lo tanto, se estimularía el crecimiento económico” (Griffin, 2010: 52).

Existen diversas maneras de medir la independencia del banco central, Cukierman et al., (1992) basan esta medida en dieciséis criterios, con una escala de 0 a 1 (desde los niveles más bajos hasta los más altos de independencia). Estos criterios indican factores como “la independencia del director general (CEO) del banco central, su independencia en la formulación de políticas, su objetivo o mandato, y la rigurosidad de los límites a sus préstamos al sector público” (Nergiz y Eichengreen, 2014: 218). A partir de esto es posible calcular dos índices: LVAU que es el promedio no ponderado de estos criterios, y LVAW que es el promedio ponderado.

Para nuestras dos medidas de resumen adicionales de independencia del banco central, aumentamos los criterios de Cukierman et al., “al agregar medidas de limitación en la designación del CEO, medidas de provisiones que afectan el (re) nombramiento de otros miembros del directorio similares a los que afectan al CEO, restricciones a la representación del gobierno en el consejo e intervención del gobierno en la formulación de políticas cambiarias” (Nergiz y Eichengreen, 2014: 219). Es aquí que surgen dos medidas adicionales: CBIU conocida como la independencia del banco central sin ponderar, y CBIW que es la independencia del banco ponderado (Véase Cuadro 3).

CUADRO 3. Comparación de las diferentes medidas de independencia del banco central en 2010.

	LVAU	LVAW	CBIU	CBIW
BOLIVIA	---	---	---	---
BRASIL	---	---	---	---
COLOMBIA	0.34	0.33	0.33	0.29
ECUADOR	---	---	---	---
MÉXICO	0.66	0.65	0.65	0.63
PARAGUAY	---	---	---	---
PERÚ	0.56	0.58	0.53	0.56
URUGUAY	---	---	---	---

Fuente: Elaboración propia con base en Nergiz y Eichengreen (2014)

El aumento, alrededor del mundo, de la transparencia del banco central puede entenderse de diferentes maneras que se encuentran a su vez relacionadas. “En primer lugar, es parte de una tendencia más amplia, que responde a la presión popular, para que el gobierno sea más receptivo con el público” (Nergiz y Eichengreen, 2014: 190), es decir, para mejorar la transparencia y la eficacia de las acciones gubernamentales en general.

En segundo lugar, “a medida que los bancos centrales se han vuelto más independientes y libres para elegir sus tácticas, la transparencia se ha convertido en un mecanismo que permite al público evaluar si las acciones de los banqueros centrales son consistentes con su mandato” (Nergiz y Eichengreen, 2014: 190). Además, existe el argumento de que los bancos centrales con mayor independencia van a sentirse motivados a comunicar sus políticas, es decir, van a ser más transparentes, simplemente porque ellos tienen el control total de dichas políticas, con lo cual si logran cumplirlas se verán directamente beneficiados con una mayor credibilidad.

En tercer lugar, “la transparencia del banco central se ve como una forma de permitir que los mercados respondan mejor a las decisiones de política” (Nergiz y Eichengreen, 2014: 191), lo que significa que si un banco central es totalmente transparente en cuanto a su postura política es menos probable que los inversionistas se vean sorprendidos por algunas decisiones tomadas en cuanto a la política monetaria.

Y finalmente, como ya se dijo, la transparencia de los bancos centrales trae como consecuencia un aumento en la credibilidad de los compromisos tomados. “El compromiso de garantizar una inflación baja y estable será más convincente cuando el banco central explique en detalle cómo

y por qué se supone que sus políticas producirán la tasa de inflación deseada” (Nergiz y Eichengreen, 2014: 192).

Para medir la transparencia del banco central Nergiz y Eichengreen (2014) recopilan la mayor información para criterios como los estatutos de los bancos centrales, informes anuales y otros documentos publicados en sitios web oficiales de cada uno de ellos. En el Cuadro 4 se presenta el índice de transparencia de los bancos centrales para los países Latinoamericanos.

Si todo lo anterior fuera cierto, el lograr el objetivo de mantener la estabilidad de los precios sería consecuencia del cumplimiento de estas condiciones y por ende, no se debería tanto al tipo de política monetaria de metas de inflación. “Es el diseño institucional del banco central, en términos de su relación-dependencia con respecto a las autoridades políticas, lo que importa para el rendimiento de la inflación, y no el tipo de estrategia de política monetaria (por ejemplo, IT) implementada” (Carrasco y Ferreiro, 2014: 15).

CUADRO 4. Transparencia por país, los índices varían de 0 a 15.

	BOLIVIA	BRASIL	COLOMBIA	ECUADOR	MÉXICO	PARAGUAY	PERÚ	URUGUAY
1998	---	3.5	2.5	---	4.5	---	5	5
1999	---	5.5	3.5	---	4.5	---	5	5
2000	---	9	5	---	4.5	---	5	5
2001	---	9	5	---	4.5	---	6.5	5
2002	---	9	5.5	---	4.5	---	7.5	5
2003	---	9	5.5	---	5	---	7.5	5
2004	---	9	5.5	---	6	---	7.5	5
2005	---	9	5.5	---	6	---	7.5	5
2006	---	8	5.5	---	6	---	7.5	5
2007	---	6.5	8.5	---	6	---	7.5	2
2008	---	6	8	---	6	---	7.5	2
2009	---	6	7.5	---	6	---	8.5	2
2010	---	8.5	7	---	6	---	8.5	2

Fuente: Elaboración propia con base en Nergiz y Eichengreen (2014)

Todo esto nos lleva a cuestionarnos sobre los alcances reales y la efectividad que tiene el esquema de metas de inflación. Existen argumentos que están en contra de las posibilidades que tendría un Banco Central que se encuentra bajo este régimen para poder cumplir la meta de la estabilidad de los precios cuando está bajo la presencia de shocks externos o fiscales (Galindo y Ros, 2006: 82).

Además, algunos autores han cuestionado la capacidad de las metas de inflación para estabilizar el producto y la inflación simultáneamente, así como para cumplir con objetivos como una baja tasa de desempleo y un crecimiento económico alto (Brito y Bystedt 2010). Por último, una serie de estudios (Angeriz y Arestis 2007; Capistrán y Ramos-Francia 2009; McDermontt y McMenamin 2008), sostienen que las diferencias en el rendimiento de la inflación entre los países con y sin metas de inflación no son significativamente diferentes, principalmente en países con regímenes de tipo de cambio fijo (Carrasco y Ferreiro, 2014: 15).

1.2 REVISIÓN DE LA LITERATURA SOBRE INFLACIÓN E INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA

Hace algunos años los países se encontraban envueltos en un entorno caracterizado por una alta inflación, por lo cual se vieron en la necesidad de tomar acciones para mantener la estabilidad de los precios⁸. Estas acciones debían estar sustentadas en un análisis detallado de la inflación, con la finalidad de intentar estimar la trayectoria futura del crecimiento de los precios. Por este motivo, a partir de entonces el estudio de la relación entre inflación e incertidumbre inflacionaria fue cada vez más importante, surgieron diversos autores que basaban sus estudios en el caso de economías latinoamericanas, de los cuales destacan los trabajos de Grier y Grier (1997), Bojanic (2013), Caballero y Caballero (2015), Capistrán y Ramos-Francia (2006) que tenían posturas distintas sobre cuál era la relación real y como era el impacto (positivo o negativo).

Friedman (1977), ganador del premio nobel, establece un argumento informal sobre los efectos reales de la inflación. Sostiene que un incremento en la inflación puede inducir una respuesta de política errática por parte de la autoridad monetaria y, por lo tanto, generar más incertidumbre sobre la tasa de inflación futura.⁹

⁸ “Durante la década de 1970, la inflación en las principales economías industrializadas promedió 8.7% anual, mientras que durante las dos décadas previas ésta fue de 3.3%. En América Latina, en cambio, la inflación promedió alcanzó tasas del orden de 212.3% durante la década de 1980, sustancialmente por arriba del 11.3% anual observado entre 1950 y 1970” (Acevedo, 2006: 4).

⁹ Esta idea fue desarrollada empíricamente por Ball (1992) quien presenta un modelo de juego repetido del tipo Barro-Gordon con información asimétrica, donde el público enfrenta la incertidumbre sobre el tipo de hacedor de política en el cargo. Este político alterna estocásticamente en el cargo y puede ser de dos tipos: un tipo débil incapaz de aplicar políticas anti-inflacionarias y otro tipo fuerte preparado para soportar el costo de las políticas anti-inflacionarias. En estos dos enfoques, se supone que mayores niveles de inflación crean mayor incertidumbre

Contrario a la idea propuesta anterior, Pourgerami y Maskus (1987) afirman que al estar en un entorno donde la inflación crece de manera acelerada, los agentes pueden invertir una mayor cantidad de recursos en pronosticar la inflación, y de esta manera reducir la incertidumbre generada por la inflación¹⁰, aunque la literatura sobre esta postura es escasa.

Por otra parte, Cukierman y Meltzer (1986) y Cukierman (1992) sugieren que la dirección de causalidad va de la incertidumbre inflacionaria hacia la inflación, y afirman la existencia de una relación positiva entre estas variables. Esta es una situación en la “cual al banco central le desagrada la inflación pero, al mismo tiempo, este se predispone a actuar de manera oportunista y así aprovechar el periodo de incertidumbre para crear sorpresas inflacionarias mediante el uso de políticas de corte monetario expansivo¹¹” (Caballero y Caballero, 2015: 70), bajo este contexto los agentes económicos no tienen certeza de que es lo que ha causado el alza en los precios, si el cambio en la oferta monetaria o las preferencias del Banco Central.

En contra parte a esta propuesta se encuentra Holland (1995) y Grier y Perry (1998), que encontraron también que cambios en el nivel de incertidumbre proceden a cambios en el nivel de inflación, pero en este caso, ellos aseguran que la relación entre estas variables es negativa. Lo cual indica que, “dado el hecho que la incertidumbre es costosa para la economía, el Banco Central podría actuar de una manera estabilizadora. Es decir, la incertidumbre puede incentivar al Banco Central a reducir la tasa de inflación para disminuir los costos de la incertidumbre” (Grier y Grier, 1997: 2).

Anteriormente, se usaban dos métodos alternativos para medir la incertidumbre en los aspectos económicos. El primer método trata de capturar la incertidumbre a través de la desviación estándar no condicional. Pero el problema aquí es que no es lo mismo la variabilidad que la

inflacionaria en el futuro, dándose una relación positiva entre ambas variables, y la dirección de causalidad va de la inflación a la incertidumbre (Rocabado, 2009).

¹⁰ Apoyado por Ungar y Zilberfarb (1993) quienes presentan un modelo para la inflación en Israel, y concluyen que “los resultados ponen de relieve los efectos nocivos de la alta inflación, que se descubrió que conducía a una menor predictibilidad. Dado que esta imprevisibilidad puede reducir la actividad económica y asignar mal los recursos en la economía, el incentivo para reducir la inflación es claro” (Ungar y Zilberfarb, 1993: 718).

¹¹ La política monetaria expansiva es aquella en la que el Banco Central produce un incremento en la oferta monetaria.

incertidumbre. “Es posible que una variable fluctúe mucho, pero de una manera que sea previsible. Por consiguiente, el hecho de que una desviación estándar fluctúe mucho no indica que hay mucha incertidumbre en la economía” (Grier y Grier, 1997: 2). Mientras que el segundo método trata de capturar la incertidumbre a través de pronósticos individuales obtenidos de encuestas. El problema con este método es que las encuestas solo muestran el grado de incertidumbre que cada encuestado tiene con respecto a su pronóstico, pero en conjunto podría mostrar resultados muy distintos.

Para medir correctamente la incertidumbre inflacionaria es necesario entender que esta “se refiere al comportamiento impredecible de los precios en el futuro y no debe confundirse con la variabilidad de los precios, que, por definición, no genera ninguna incertidumbre económica como tal si dicha variabilidad es predecible” (Bojanic, 2013: 402). Por este motivo, los investigadores llegaron a la conclusión de que “las estimaciones GARCH concuerdan bien con el concepto de la incertidumbre y no se nublan por la posibilidad de que las fluctuaciones predecibles no creen una verdadera incertidumbre económica” (Bojanic, 2013: 412), a partir de estos modelos es posible estimar de manera simultánea la ecuación de la varianza condicional y las ecuaciones promedio para la inflación y la incertidumbre inflacionaria, estas dos ecuaciones se encuentran relacionadas.

El modelo simple GARCH (1,1) para la inflación se define de la siguiente manera:

$$\pi_t = \alpha_0 + \beta x_t + \varepsilon_t \quad (5)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i h_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 \quad (6)$$

donde π_t es una secuencia de valores de la inflación, ε_t es una serie de innovaciones que se supone son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media cero y, h_t representa la varianza condicional de la inflación incluyendo rezagos de la inflación como variables explicativas, lo cual pone a prueba el efecto de la inflación en la incertidumbre promedio.

Las técnicas GARCH además de usar la volatilidad condicional estimada como un indicador de la incertidumbre, pueden “descomponer la incertidumbre de la inflación en un componente temporal o permanente y examinar si la inflación pasada y las metas de inflación afectan la incertidumbre a largo plazo” (Kontonikas, 2004: 526).

Para incorporar al modelo la implementación del esquema de metas de inflación es necesario introducir una variable dummy¹² (igual a cero durante el periodo de pre-focalización e igual a uno durante el uso de metas de inflación). Con la introducción de esta variable se espera que la inflación muestre una ruptura estructural ocasionada cuando se comenzó con el uso de metas de inflación, con lo cual se podrá verificar el efecto negativo de una década de focalización en la persistencia de la inflación; además, el agregar una variable de este tipo permite al modelo presentar un mejor ajuste en cuanto a la estabilidad estructural.

Con el paso del tiempo los modelos GARCH han seguido siendo estudiados, lo cual ha dado como resultado el planteamiento de una amplia variedad de modelos de este tipo, cada uno con una función específica aplicada en la búsqueda de la relación entre inflación e incertidumbre inflacionaria.

Los modelos GARCH-M, conocidos como GARCH en media, prueban simultáneamente las hipótesis de Friedman (1977) y Ball (1992), Cukierman y Meltzer (1986) y sus respectivas contrapartes, ya que “permite un efecto de retroalimentación entre la media condicional y la varianza condicional” (Kontonikas, 2004: 534).

Pero no debemos olvidar que en estos análisis es muy importante entender el efecto asimétrico de los shocks los cuales impactan en la varianza condicional de la inflación de manera distinta al ser positivos o negativos.

Su importancia radica en las acciones de política monetaria que se tomaran de acuerdo a los resultados obtenidos. Por ejemplo, “sabiendo que la varianza condicional de la inflación está

¹² Las variable dummy o ficticias son útiles cuando se quiere involucrar variables de carácter cualitativo en el modelo, en este caso el uso del régimen de metas de inflación.

más afectada por shocks positivos (ejemplo, un aumento no esperado en los precios de las materias primas, energía y/o combustibles), las autoridades monetarias a través de la consecución de niveles bajos de inflación podrían eximir a la economía de los efectos negativos que provoca la incertidumbre inflacionaria y que conllevan en última instancia una disminución de la actividad económica” (Caballero y Caballero, 2015: 96).

Entendiendo esta situación es que también surgen los modelos TGARCH, Threshold GARCH, los cuales “permiten un impacto “noticioso” asimétrico en la incertidumbre de la inflación” (Kontonikas, 2004: 538), es decir, permite identificar si una noticia buena genera un mayor incremento en la incertidumbre que una noticia mala. En este mismo contexto, los modelos EGARCH o GARCH exponencial, y los modelos Power GARCH (PGARCH), “permiten que los choques inflacionarios positivos tengan efectos diferentes en las estimaciones de la incertidumbre que los choques negativos” (Jiranyakul y Opiela, 2010: 107).

Por otro lado, se presentan los modelos CGARCH, componente GARCH, estos permiten “descomponer la incertidumbre inflacionaria en un componente de corto y largo plazo al permitir desviaciones transitorias de la volatilidad condicional en torno a una tendencia variable en el tiempo” (Kontonikas, 2004: 540). Esto es importante, ya que el efecto que tiene la incertidumbre en la toma de decisiones económicas no es el mismo en el corto plazo como en el largo plazo. “Las decisiones de los agentes temporales son más propensas a ser afectadas por la varianza condicional de los movimientos de corto plazo de la inflación, mientras que, las decisiones intertemporales podrían basarse principalmente en los cambios en la varianza condicional de largo plazo en la inflación” (Caporale y Kontonikas, 2009: 957).

De unos años atrás a la fecha, se han venido realizando una serie de trabajos empíricos que analizan las hipótesis planteadas anteriormente (Cuadro 5). Existe consenso en cuanto a la evidencia que indica que la causalidad va de la inflación a la incertidumbre inflacionaria, apoyando ésta la hipótesis planteada por Friedman (1977). Mientras que para el caso en donde la incertidumbre causa a la inflación, la evidencia no es conclusiva.

En este momento es importante recapitular las ideas más relevantes que se presentaron con anterioridad en la investigación:

- La importancia que ha cobrado en los últimos años el estudio de la inflación ha hecho que los gobiernos inviertan muchos recursos para tratar de pronosticar el comportamiento de esta variable, lo que conlleva a que a lo largo del tiempo se

CUADRO 5. Resumen general de los estudios seleccionados

Artículo	Metodología	Periodo	Países	Relación de causalidad
Valdovinos (2001)	GARCH	1965-1999	Paraguay	$\pi_t \rightarrow h_t$
Johnson (2002)	GARCH	1933-2001	Chile	$\pi_t \leftrightarrow h_t$
Daal, Naka y Sanchez (2005)	PGARCH	1957-2004	G7 y países emergentes de Latinoamérica, Asia y Medio Oriente.	$\pi_t \rightarrow h_t$ (Corea, Pakistán, Sri Lanka, Tailandia, Canadá, Japón, US, México, Marruecos, Turquía) $h_t \rightarrow \pi_t$ (Alemania) $\pi_t \leftrightarrow h_t$ (India, Indonesia, Italia, Reino Unido, Argentina, Colombia, Venezuela, Bahrein, Egipto)
Vale (2005)	GARCH-M	1975-2001	Brasil	$h_t \rightarrow \pi_t$
Grier y Grier (2006)	GARCH-M	1972-2001	México	$\pi_t \rightarrow h_t$
Miles (2009)	GARCH	1980-2007	Colombia	$\pi_t \rightarrow h_t$
Broto (2011)	Q-STARCH	1995-2006	8 economías latinoamericanas	$\pi_t \rightarrow h_t$ (países con metas de inflación y Argentina)
Perrotini y Rodríguez (2012)	GARCH-M	1929-2009	México	$\pi_t \leftrightarrow h_t$
Sintim-Aboagye et al. (2012)	GARCH	1968-2010	22 economías emergentes	$\pi_t \rightarrow h_t$ (países con alta independencia del banco central) $\pi_t \leftrightarrow h_t$ (países con baja independencia del banco central)
Bojanic (2013)	GARCH-M	1937-2011	Bolivia	$\pi_t \rightarrow h_t$
Caballero y Caballero (2015)	SARIMA-GARCH	1990-2013	Bolivia	$\pi_t \leftrightarrow h_t$

Fuente: Elaboración propia

generen políticas que ayuden a controlarla, siendo el modelo de metas de inflación uno de los referentes actuales más usado por los países.

- Para implementar las metas de inflación es necesario que las economías tengan una independencia en sus instituciones (BC), un sistema financiero saludable, una infraestructura desarrollada y, políticas de comunicación y transparencia. Abriendo con esto un debate sobre si son estos factores los que generan la estabilidad de los precios.
- Los BC con mayor independencia son los de México y Perú, mientras que, con mayor transparencia son los de Perú y Brasil.

- Existen diversas investigaciones que estudian la relación entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria, con los cuales se abre un debate sobre cual es realmente la dirección de esta relación. Cada una de estas relaciones presentadas implica un comportamiento distinto de los hacedores de política de los países.
- La manera correcta de representar la incertidumbre inflacionaria es a través de las estimaciones GARCH, a las cuales con el paso del tiempo se les ha ido adaptando una variedad de estos mismos modelos que permiten incluir variables como la independencia del BC, las situaciones externas e incluso es posible estimar dentro del modelo si el uso de las metas de inflación son factor determinante en el control de la inflación.

CAPITULO 2. MODELOS DE SERIES TEMPORALES RELATIVOS AL INDICE NACIONAL DE PRECIOS AL CONSUMIDOR EN AMERICA LATINA

En este apartado se muestra la teoría econométrica de series de tiempo para el tratamiento del Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC), que una vez transformada en tasa de crecimiento se denomina inflación. Esta variable económica posee un conjunto de hechos estilizados que deben ser identificados para una mejor comprensión del fenómeno. Además, se presenta los procesos estocásticos mediante los cuales se puede modelar esta variable, y algunos componentes más relevantes. Se presentan además, las principales transformaciones y pruebas estadísticas que permiten detectar y corregir el incumplimiento de los principales supuestos estadísticos.

Más adelante, se explica la metodología Box Jenkins la cual permite generar modelos predictivos autorregresivos, de medias móviles y/o una combinación de ambos. Adicionalmente, es necesario realizar un análisis para detectar la posible presencia de un componente estacional en la inflación, es decir, se plantea la estimación de un modelo Autorregresivo Integrado y de Medias Móviles Estacional (SARIMA, por sus siglas en inglés). Por último, se desarrolla el tema de los cambios estructurales, los cuales son factores externos que pueden afectar de manera importante el comportamiento de una variable y por tanto deben ser incluido en el modelo predictivo para robustecerlo.

2.1 HECHOS ESTILIZADOS DE LAS VARIABLES FINANCIERAS

A partir del Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC)- el cual mide la evolución del costo promedio de la canasta básica de bienes y servicios de consumo final de los hogares- se obtiene la tasa de inflación como la primera diferencia logarítmica de este índice.

$$\pi_t = (\ln IPC_t - \ln IPC_{t-1}) \cdot 100$$

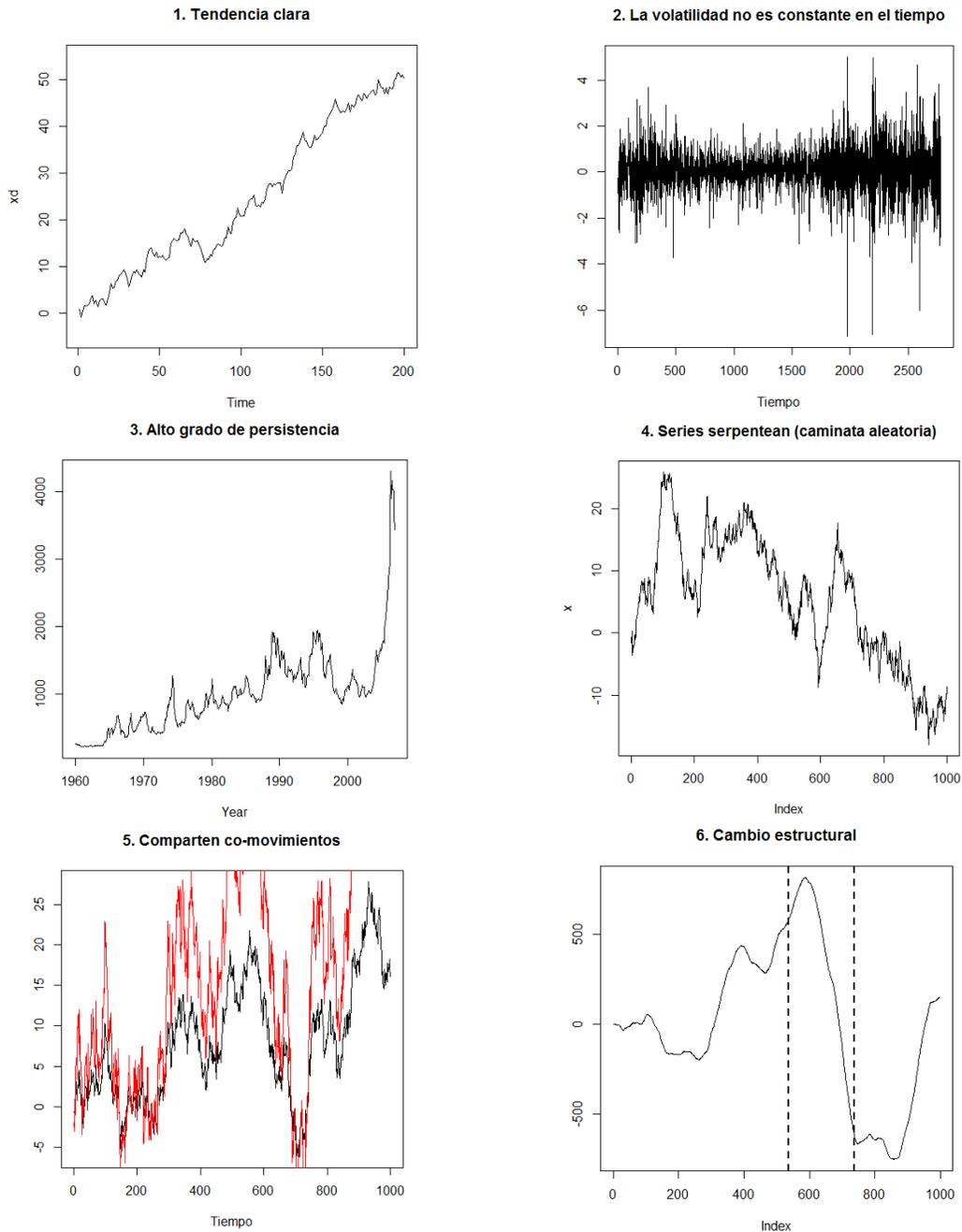
La inflación debe ser entendida como un incremento excesivo que es generado por el desequilibrio entre la oferta y la demanda, lo cual provoca un aumento en el precio de los bienes y servicios, y en consecuencia una disminución en el poder adquisitivo de la población.

Esta variable, al ser una serie de tiempo financiera, presenta un comportamiento característico de todas las variables de este tipo que han sido estudiadas en el análisis macroeconómico. Los siguientes hechos estilizados presentan dichas características (Enders, 2015: 119-122):

1. *La mayoría de las series contienen una tendencia clara.* Esta tendencia se refiere a la inclinación natural y evolutiva de una variable, y puede ser de dos tipos: la primera es una tendencia estocástica, la cual no es predecible pero es posible corregirla a través de diferentes transformaciones matemáticas aunque la más común es a través de primeras diferencias ordinarias; y segundo la tendencia determinística, es predecible y por lo tanto es posible modelarla.
2. *La volatilidad de muchas series no es constante en el tiempo.* Presentan un fenómeno de acumulación de la volatilidad, lo cual quiere decir que existen lapsos en los que los valores muestran una amplia variación, pero estos son seguidos por periodos de relativa calma. Por lo cual resulta difícil hacer un pronóstico que se ajuste correctamente, lo que trae como resultado una difícil planificación financiera.
3. *Los choques en una serie pueden mostrar un alto grado de persistencia.* Cuando una serie presenta los demás hechos estilizados, se dice que la serie en cuestión tiene memoria larga, es decir, en presencia de un incremento desmedido repentino será difícil para la serie volver a su trayectoria anterior.
4. *Algunas series parecen serpentear.* Las series en el largo plazo presentan una tendencia, pero al ser vista desde el corto plazo las series tienen periodos de “apreciación” y “depreciación”, este tipo de comportamiento es conocido como una caminata aleatoria, el cual es típico de series no estacionarias.
5. *Algunas series comparten co-movimientos con otras.* A este fenómeno se le llama cointegración y sucede cuando dos variables se acompañan en el tiempo.

6. *Algunas series exhiben un cambio estructural.* Estos cambios estructurales son propiciados por cambios en políticas económicas, guerras, etc., los cuales se hacen presentes en las series económicas de manera clara.

CUADRO 6. Resumen grafico de los hechos estilizados.



Fuente: Elaboración propia

Estos hechos estilizados son en gran medida perjudiciales en el tratamiento de estas series, por ello es realmente importante saber identificar la presencia de los mismos, para así poder ser tratados de manera correcta. Es posible reconocer estos hechos estilizados a través de un análisis visual de la variable financiera (Cuadro 6), sin embargo, existen pruebas específicas para lograr determinar de mejor manera la presencia de estos hechos, las cuales se explican con mayor detalle más adelante.

2.2 PROCESO ESTOCÁSTICO

Un proceso estocástico es entendido como un conjunto de variables aleatorias ordenadas en el tiempo, “si Y denota una variable aleatoria y es continua, se denota como $Y(t)$, pero si es discreta se expresa como Y_t . Un ejemplo del primer tipo es un electrocardiograma, y del segundo tipo, el PIB, IPD, etc.” (Gujarati y Porter, 2010: 740). Las series de tiempo de tipo económico son consideradas un proceso estocástico discreto, ya que se tiene un valor específico para cada punto discreto en el tiempo.

Cuando se busca hacer una predicción, es posible usar un modelo simple, el cual describa el comportamiento de la variable a través de sus valores pasados, los cuales son conocidos como modelos univariados, para ellos es necesario asegurar que la serie de tiempo se comporta como un proceso estacionario ya que de lo contrario no sería posible estimar su comportamiento en un periodo distinto al estudiado, por lo cual no podría hacerse un pronóstico y su estudio sería poco práctico.

2.2.1 PROCESOS ESTOCÁSTICOS ESTACIONARIOS

“Se dice que un proceso estocástico es estacionario si su media y su varianza son constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos periodos depende sólo de la distancia o rezago entre estos dos periodos, y no del tiempo en el cual se calculó la covarianza” (Gujarati y Porter, 2010: 740), es decir, una serie de tiempo estocástica estacionaria debe cumplir las siguientes propiedades:

- $E[y_t]$ es independiente de t
- $Var[y_t]$ es constante e independiente de t
- $Cov[y_t, y_s]$ es una función de $t-s$, pero no de t o de s .

Si una serie presenta estas propiedades, se puede decir que la serie tiende a regresar a su media y que las fluctuaciones alrededor de ésta tendrán siempre la misma amplitud, será constante. “La velocidad de la reversión media depende de las autocovarianzas: es rápida si las autocovarianzas son pequeñas y lenta cuando son grandes” (Gujarati y Porter, 2010: 741). Existe un caso específico de los procesos estocásticos estacionarios, el proceso puramente aleatorio o ruido blanco, tiene un comportamiento particular, presenta una media igual a cero, una varianza constante σ^2 y no está correlacionado (Figura 1). El término de error μ_t que se incluyen en el modelo clásico de regresión lineal es un claro ejemplo de este comportamiento.

Figura 1. Ruido blanco

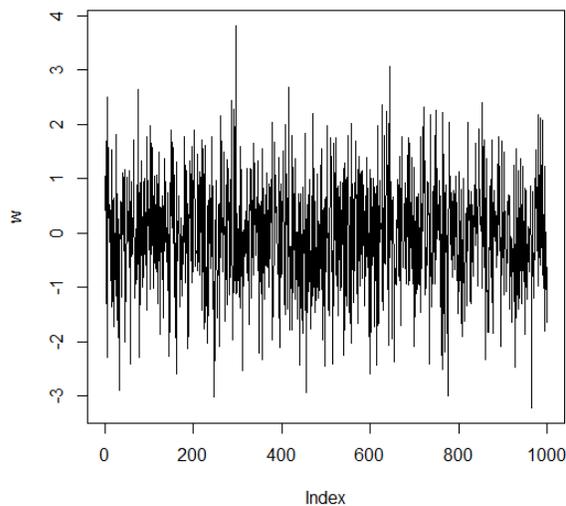
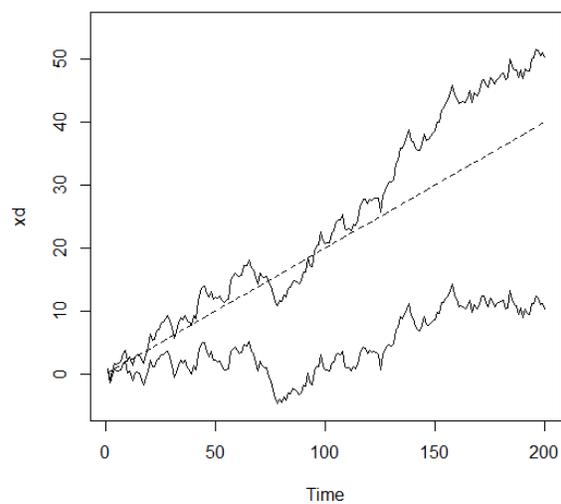


Figura 2. Caminata aleatoria



Fuente: Elaboración propia a través de simulaciones

2.2.2 PROCESOS ESTOCÁSTICOS NO ESTACIONARIOS

En el ámbito económico es común encontrarnos con series que tienen un comportamiento no estacionario, es decir, presentan uno de los hechos estilizados que caracterizan a este tipo de series económicas/financieras: presentan una clara tendencia. Motivo por el cual no se adaptan al análisis de las series de tiempo. El ejemplo más conocido es el modelo de caminata aleatoria o random walk (Figura 2), la cual es comparada con el caminar de un borracho, quien al salir de

un bar comienza a caminar de manera indefinida, moviéndose una distancia μ_t en el tiempo t alejándose cada vez más del lugar original.

Existen dos tipos de caminata aleatoria:

1. *Caminata aleatoria sin deriva*: Se dice que es sin deriva porque no tiene un término constante o de intercepto,

$$\gamma_t = \gamma_{t-1} + \mu_t$$

donde μ_t es un término de error de ruido blanco, de tal manera el valor de Y en el tiempo t depende de su valor en el tiempo $t-1$ más un choque aleatorio. Así pues, supongamos que el proceso estocástico comenzó en el tiempo 0, con lo cual tendríamos,

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \gamma_0 + \mu_1 \\ \gamma_2 &= \gamma_1 + \mu_2 = \gamma_0 + \mu_1 + \mu_2 \\ &\vdots \\ \gamma_t &= \gamma_0 + \sum \mu\end{aligned}$$

por lo tanto, la media de Y es igual a su valor inicial, sin embargo, la varianza aumenta de manera indefinida cada que t incrementa, $Var(\gamma_t) = t\sigma^2$ y con esto se viola una propiedad de la estacionariedad. Además, la caminata aleatoria tiene una gran persistencia a los choques aleatorios (la suma de los términos de error), por lo cual el impacto que tienen no desaparece con el tiempo con lo que se dice que presenta una memoria larga.

2. *Caminata aleatoria con deriva*: Este proceso está representado de la siguiente forma,

$$\gamma_t = \delta + \gamma_{t-1} + \mu_t$$

donde δ es el termino de deriva o intercepto, el cual indica que Y_t se desvía, hacia arriba o hacia abajo según este sea positivo o negativo. Siguiendo el mismo procedimiento que

en la caminata sin deriva podemos demostrar que tanto la media como la varianza se incrementa junto con t, violando de nuevo las propiedades de estacionariedad.

$$E(\gamma_t) = \gamma_0 + t \cdot \delta$$

$$\text{var}(\gamma_t) = t\sigma^2$$

En conclusión, tanto el modelo de caminata aleatoria con y sin deriva, se comportan como un proceso no estacionario.

Hay que ser extremadamente cuidadosos al momento realizar un análisis de las series de tiempo, ya que, si se llega a omitir información importante sobre la presencia de tendencia estocástica en la serie se tendrían graves consecuencias al momento de generar un modelo usando dicha serie, como generar una regresión espuria. Para entender esta situación suponga que se tiene dos series que se comportan como una caminata aleatoria con deriva, definidas como $Y1_t$ y $X1_t$, y ambas comparten la característica de ser procesos no estacionarios.

$$Y1_t = 2 + Y1_{t-1} + \mu_t$$

$$X1_t = 2 + X1_{t-1} + \upsilon_t$$

Se sabe que ambos procesos no están correlacionados por tal motivo si se estima una regresión de $Y1_t$ sobre $X1_t$ se esperaría que el valor de R^2 de la regresión sea estadísticamente cero, lo cual indicaría que no existe ninguna relación entre dichas variables, sin embargo al generar la regresión se obtienen los siguientes resultados:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1.603514	0.871270	-1.840432	0.0688
X1	1.065908	0.008096	131.6564	0.0000
R-squared	0.994435	Mean dependent var		97.71716
Adjusted R-squared	0.994378	S.D. dependent var		57.84145
S.E. of regression	4.337089	Akaike info criterion		5.792279
Sum squared resid	1824.603	Schwarz criterion		5.844706
Log likelihood	-284.7178	Hannan-Quinn criter.		5.813491
F-statistic	17333.42	Durbin-Watson stat		0.117256
Prob(F-statistic)	0.000000			

Fuente: Elaboración propia a través de simulaciones

La primer impresión al ver los resultados es que el coeficiente de X_1 es altamente significativo ya que se obtuvo un valor para t de 131.65, y al analizar el valor de R^2 es por mucho estadísticamente distinto de cero, incluso se encuentra más cercano al valor de 1, por tal motivo lo más fácil sería admitir a través de estos dos valores que la regresión resulto aún mejor de lo esperado y que la variable X_1 explica fuertemente a Y_1 , sin embargo existe la información a priori de que estas variables no tenían ninguna correlación. Esta situación describe de manera precisa lo que es el fenómeno de regresión espuria el cual fue descubierto por Yule (1926), quien mostró además que la correlación (espuria) puede persistir en las series de tiempo no estacionarias aunque la muestra sea muy grande (Gujarati y Porter, 2010: 748).

Cuando existe la sospecha de estar ante este fenómeno lo importante es saber cómo identificar que algo está mal en la regresión, para ello Granger y Newbold sugirieron una regla práctica para sospechar que la regresión estimada es espuria, si $R^2 > DW$ entonces se sabrá que algo ocurre, ya que al tener un valor muy pequeño en la prueba Durbin Watson se tiene una autocorrelación muy fuerte de primer orden (Gujarati y Porter, 2010: 748). En el caso del ejemplo anterior esta regla se cumple al tener los valores de 0.994 para R^2 y 0.117 para DW, por lo cual se confirma que esta regresión arrojó resultados inválidos, los cuales deben ser corroborados con una regresión de las primeras diferencias de estas series las cuales ya serán estacionarias y mostraran los resultados correctos, es decir, un valor de R^2 cercano a cero y DW de prácticamente 2.

Otra manera de confirmar si la regresión es espuria es a través de un análisis directo a los residuos estimados de dicha regresión, para lo cual será necesario extraer estos y aplicarles una prueba para determinar si tienen un comportamiento estacionario o no, en el caso de que no se comporten de manera estacionaria se reafirmara el hecho de tener un fenómeno de regresión espuria.

2.2.3 PROCESO ESTOCÁSTICOS DE RAÍZ UNITARIA

Una caminata aleatoria también puede ser escrita como:

$$\gamma_t = \rho\gamma_{t-1} + \mu_t \quad -1 \leq \rho \leq 1$$

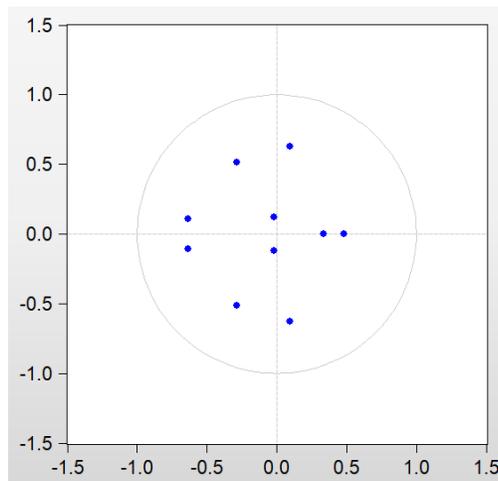
Si ρ es 1, estamos frente a lo que se conoce como problema de raíz unitaria, “cuando $\rho=1$ y μ_t es un proceso débilmente dependiente, se obtiene una clase completa de procesos de series altamente persistentes que también tienen medias con tendencia lineal” (Wooldridge, 2010: 393), es decir, es una situación en donde la serie de tiempo es no estacionaria.

Sin embargo, si el valor absoluto de ρ es menor a uno, $|\rho|<1$, se puede demostrar que la serie de tiempo Y_t es estacionaria. “Si se supone que el valor inicial de Y ($=Y_0$) es cero, $|\rho|<1$ y μ_t es ruido blanco, y tiene una distribución normal con media cero y una varianza unitaria, por tanto se deduce que $E(Y_t)=0$ y $(Y_t)=1/(1-\rho^2)$. Como ambas son constantes, por definición de estacionariedad, Y_t es estacionaria” (Gujarati y Porter, 2010: 744).

Lo anterior, se puede afirmar basados en las condiciones de estabilidad, “en la literatura de series temporales, simplemente se afirma que la estabilidad requiere que todas las raíces características se encuentren dentro del círculo unitario” (Enders, 2015: 30), ya que al cumplirse, es posible afirmar que la serie no presenta un comportamiento explosivo, el cual es característico de las series de tiempo que no son estacionarias (Figura 3).

“Las implicaciones de las raíces unitarias en los datos macroeconómicos son, al menos potencialmente, profundas. Si una variable estructural, tal como la producción real, es realmente $I(1)$, los choques tendrán efectos permanentes. Si se confirma, esta observación obligaría a algunas reconsideraciones más serias del análisis de política macroeconómica” (Greene, 1999: 729). Por este motivo es de vital importancia la correcta identificación de la serie de tiempo, por ejemplo, si ésta no es estacionaria será necesario utilizar alguna transformación matemática temporal para hacerla estacionaria. Se dice que la transformación es temporal porque una vez obtenido el pronóstico se debe realizar la transformación inversa para regresar a los datos originales, para la adecuada interpretación de los resultados.

Figura 3. Círculo unitario



Fuente: Elaboración propia

2.3 TRANSFORMACIONES TEMPORALES DE SERIES NO ESTACIONARIAS

En la mayoría de los casos reales nos enfrentamos a situaciones en donde las series de tiempo presentan una varianza creciente, una tendencia, una variación estacional, una mezcla de todos estos o incluso presentan todos los fenómenos anteriormente mencionados. Cuando estamos frente a una situación así es necesario modificar temporalmente las series a través de transformaciones matemáticas sencillas para lograr llegar a un estado de estacionariedad; para la presencia de cada uno de estos casos existen transformaciones específicas.

Para el primer fenómeno, una varianza creciente, “la idea básica es transformar los datos de tal modo que la dispersión sea siempre semejante alrededor de la media independientemente de que la media sea o no constante” (González, 2011: 87), para lograr esto existen diversas transformaciones matemáticas, de las cuales las más usadas son:

- La raíz cuadrada
- El logaritmo (natural o decimal)
- El recíproco o inverso
- El recíproco de la raíz cuadrada

- El recíproco del logaritmo

Estas pueden ser usadas con la finalidad de hacer que datos que son muy diferentes entre sí, resulten más parecidos.

Mientras que para el segundo fenómeno, la presencia de una tendencia, es importante entender que la tendencia está definida como un cambio sistemático en el nivel de una serie de tiempo, aunque en algunas ocasiones si se ve este cambio en una serie pequeña puede que no sea más que un movimiento periódico al verse en un periodo de tiempo más grande.

Como afirman los hechos estilizados, existen dos tipos de tendencia, para la tendencia determinística (Figura 4) existen diversos métodos que son útiles para modelarla, uno de ellos es un modelo de regresión. Sin embargo, en presencia de una tendencia estocástica (Figura 5) lo más recomendable es eliminarla, para esto la principal opción es usar las diferencias ordinarias, diferencias finitas o diferencias no estacionales.

“Este método consiste en restar los valores de las observaciones uno de otro, en un orden preestablecido. En general, se considera que un polinomio de grado uno se vuelve constante al aplicar una diferencia; uno de grado dos se vuelve constante al aplicar dos diferencias y así sucesivamente” (González, 2011: 90).

$$\begin{aligned}
 \Delta\gamma_t &= \gamma_t - \gamma_{t-1} \\
 \Delta^2\gamma_t &= \Delta\gamma_t - \Delta\gamma_{t-1} \\
 &= (\gamma_t - \gamma_{t-1}) - (\gamma_{t-1} - \gamma_{t-2}) \\
 &= \gamma_t - 2\gamma_{t-1} + \gamma_{t-2} \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

Se debe tener en cuenta que cada vez que se hace una diferencia ordinaria se pierde una observación, por lo tanto si se hacen d diferencias, al final tendríamos $N-d$ observaciones.

Y por último, para el caso de una variación estacional, es importantes intentar eliminarla, aunque en alguno caso esto quizás no sea posible y será necesario modelarla. Para la

Figura 4. Tendencia determinista

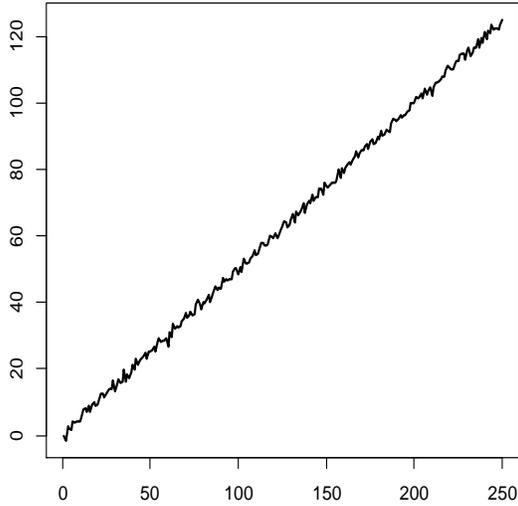
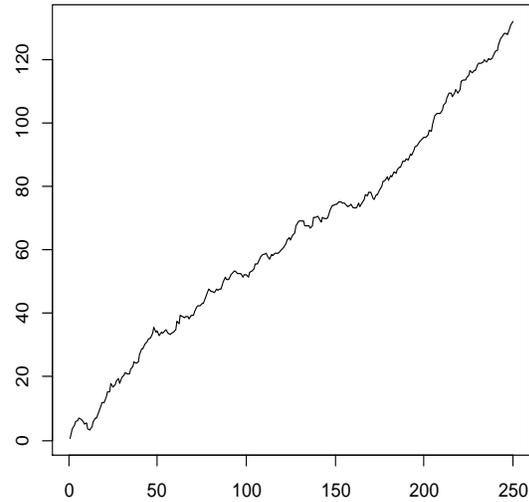


Figura 5. Tendencia estocástica



Fuente: Elaboración propia con base en simulaciones

eliminación de ésta existen las diferencias estacionales, las cuales se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\Delta_s \gamma_t &= \gamma_t - \gamma_{t-s} \\ \Delta_s^2 \gamma_t &= \Delta_s \gamma_t - \Delta_s \gamma_{t-s} \\ &= (\gamma_t - \gamma_{t-s}) - (\gamma_{t-s} - \gamma_{t-2s}) \\ &= \gamma_t - 2\gamma_{t-s} + \gamma_{t-2s}\end{aligned}$$

Sea s la longitud del periodo de la variación estacional. Al igual que con las diferencias ordinarias, se debe considerar que cada que se aplique una D diferencia estacional se perderán s observaciones, por lo tanto quedaran $N-D_s$ observaciones.

“Es posible que un conjunto de datos requiera tanto diferencias ordinarias como diferencias estacionales. En este caso puede demostrarse que es indistinto el orden en que éstas se efectúen” (González, 2011: 93).

Como ejemplo, recordemos el caso de un modelo de caminata aleatoria sin deriva, donde se rompen las propiedades de estacionariedad, sin embargo, resulta de interés saber que mientras Y_t no es estacionaria, sí lo es la serie cuando se le aplican primeras diferencias ordinarias (Δ):

$$(\gamma_t - \gamma_{t-1}) = \Delta\gamma_t = \mu_t$$

En este sentido, una serie de tiempo puede diferenciarse d veces para volverla estacionaria, y entonces decimos que la serie es integrada de orden d , lo cual se denota como $Y_t \sim I(d)$. Aunque la mayoría de las series económicas por lo general se convierten en estacionarias después de aplicarles una primera diferencia, es decir, son $I(1)$.

Es necesario recalcar que estas transformaciones son temporales, y que una vez obtenido el pronóstico será necesario revertirlas, a este proceso se le llama integración de la serie, lo cual tiene estrecha relación con el orden de integración d que le fue asignado para convertirlas en una serie estacionaria.

2.4 MODELOS AR, MA, ARIMA

Derivado de la publicación realizada por G.P.E. Box y G.M. Jenkins *Time Series Analysis: Forecasting and Control, op. cit. (1970)*, surgió una nueva generación en las herramientas para el pronóstico. La metodología ARIMA surge a partir de la idea de que los datos hablen por sí mismos, ya que Y_t solo es explicada por sus propios valores rezagados y un término de error estocástico, por lo cual satisfacen el principio de parsimonia¹³.

2.4.1 MODELOS AUTORREGRESIVOS

“Si se toma como punto de partida el modelo de forma invertida¹⁴, se puede construir un modelo más económico que únicamente contenga algunas de las variables históricas ponderadas, más un error aleatorio. Se llama modelo autorregresivo y se denota por AR (p)

¹³ El principio de parsimonia sostiene que conviene mantener el modelo de regresión lo más sencillo posible, pero sin dejar de incluir variables importantes solo para que el modelo no se complique. Afirma que, todo lo que no sea incluido en el modelo se verá reflejado en el término μ_t .

¹⁴ En el modelo de forma invertida la serie de tiempo es una suma ponderada de sus valores anteriores, más el error aleatorio del tiempo t : $Y_t = \Psi_1 Y_{t-1} + \Psi_2 Y_{t-2} + \Psi_3 Y_{t-3} + \dots + \ell_t$

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1\gamma_{t-1} + \alpha_2\gamma_{t-2} + \alpha_3\gamma_{t-3} + \dots + \alpha_p\gamma_{t-p} + \varepsilon_t$$

En donde ε_t son términos de error, los cuales se comportan como ruido blanco, con media cero y varianza constante. Por ejemplo, si se modela γ_t como $\gamma_t = \alpha_0 + \alpha_1\gamma_{t-1} + \varepsilon_t$, se dice que γ_t sigue un proceso autorregresivo de primer orden o AR (1), en el cual el valor de γ en el tiempo t depende de su media más alguna proporción de su valor en el tiempo $t-1$ más un término de error o choque en el tiempo t .

Por otro lado, si se considera el modelo $\gamma_t = \alpha_0 + \alpha_1\gamma_{t-1} + \alpha_2\gamma_{t-2} + \varepsilon_t$, se habla de un proceso autorregresivo de segundo orden o AR (2), en cuyo caso el valor de γ en el tiempo t depende de sus valores en los dos periodos anteriores, además de considerar también la media y el término de perturbación. De manera más general, el proceso autorregresivo de orden p o AR (p), se encuentra explicado por el valor medio más todas las variables históricas determinadas por el valor de p y la perturbación aleatoria dada en el tiempo t .

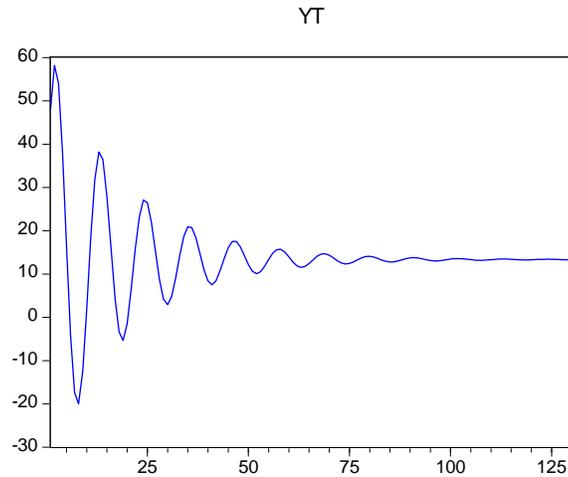
CUADRO 7. Solución particular

Razones	Restricciones
• $\gamma_t = \frac{c}{1+\alpha_1+\alpha_2}$	$\forall \alpha_1 + \alpha_2 \neq -1$
• $\gamma_t = \frac{c \cdot t}{2+\alpha_1}$	$\forall \alpha_1 \neq -2$
• $\gamma_t = \frac{c \cdot t^2}{2}$	Sí $\alpha_1 + \alpha_2 \neq -1$; $\alpha_1 \neq -2$

Elaboración propia

Se dice que este tipo de procesos AR (2) puede ser entendido como una ecuación de segundo orden al ser escrito de este modo $\gamma_{t+2} + \alpha_1\gamma_{t+1} + \alpha_2\gamma_t = \alpha_0$, organizándola de la más cercana al futuro para atrás, para las cuales existe una solución general que está compuesta por una solución particular y una complementaria.

Figura 6. Representación gráfica de la ecuación de segundo orden



Fuente: Elaboración propia en base a simulaciones

Estas soluciones son obtenidas a partir de la misma ecuación presentada de distinto modo, para la primera se considera α_0 como una constante, mientras que la para la segunda solución se encuentra igualada a cero, estas ecuaciones reciben el nombre de ecuación no homogénea y homogénea, respectivamente. La solución particular es determinada a partir de las razones presentadas en el Cuadro 7, basados en las restricciones que acompañan a cada una de ellas. Mientras que para la solución complementaria es posible partir de la ecuación en diferencias más importante, $\gamma_t = Ab^t$, para llegar a formar una ecuación característica de segundo grado, si:

$$\begin{aligned}\gamma_t &= Ab^t \\ \gamma_{t+1} &= Ab^{t+1} \\ \gamma_{t+2} &= Ab^{t+2}\end{aligned}$$

entonces, al sustituirla en $\gamma_{t+2} + \alpha_1\gamma_{t+1} + \alpha_2\gamma_t = \alpha_0$, obtenemos:

$$\begin{aligned}Ab^{t+2} + \alpha_1(Ab^{t+1}) + \alpha_2(Ab^t) &= 0 \\ Ab^t(b^2 + \alpha_1b + \alpha_2) &= 0 \\ b^2 + \alpha_1b + \alpha_2 &= 0\end{aligned}$$

esta última es la ecuación característica de segundo orden, de modo que resulta factible usar la fórmula general para resolver las incógnitas que en ella se presentan quedando del siguiente modo:

$$b_1, b_2 = \frac{-\alpha_1 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - 4(\alpha_2)}}{2}$$

Partiendo de esta fórmula se tendrían 3 opciones que: $\alpha_1^2 > 4\alpha_2$ obteniendo raíces diferentes, $\alpha_1^2 = 4\alpha_2$ lo que daría raíces igual o bien $\alpha_1^2 < 4\alpha_2$ cayendo en el caso de raíces complejas (Cuadro 8).

CUADRO 8. Solución complementaria

Tipo de Raíces	Relación	Representación
• Raíces reales diferentes	$\alpha_1^2 > 4\alpha_2$	$\gamma_t = A_1 b_1^t + A_2 b_2^t$
• Raíces reales iguales	$\alpha_1^2 = 4\alpha_2$	$\gamma_t = A_3 b_3^t + A_4 t b_4^t$
• Raíces complejas	$\alpha_1^2 < 4\alpha_2$	$\gamma_t = R^t [A_5 \cos \theta t + A_6 \sin \theta t]$ donde $R = \sqrt{\alpha_2}$ y $\theta = \cos^{-1} \left[\frac{-\alpha_1}{\sqrt{4\alpha_2}} \right]$

Para comprender mejor esto se presenta el siguiente ejemplo:

$$\gamma_t = 4 + 1.6\gamma_{t-1} - 0.9\gamma_{t-2} \text{ con condición inicial } \gamma_0 = 3; \gamma_1 = 4$$

$$\gamma_t - 1.6\gamma_{t-1} + 0.9\gamma_{t-2} = 4$$

donde $\alpha_1 = -1.6$, $\alpha_2 = 0.9$ y $C = 4$. Para la solución particular primero se verificarán las restricciones, y dado que $-1.6 + 0.9 = -0.7$, se concluye que $\alpha_1 + \alpha_2 \neq -1$, por lo tanto es posible utilizar la primer del Cuadro 7.

$$\gamma_t = \frac{c}{1 + \alpha_1 + \alpha_2}$$

$$\gamma_t = \frac{4}{1 - 1.6 + 0.9}$$

$$\gamma_t = 13.33$$

Ahora bien, para obtener la solución complementaria se identificara primero que tipo de raíces son las que se presentan en este caso; ya que $\alpha_1^2 = 2.56$ y $4\alpha_2 = 3.6$, entonces se dice que $\alpha_1^2 < 4\alpha_2$, es decir, son raíces complejas. Y basados en Cuadro 8, se llegara a la solución complementaria del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
 R &= \sqrt{\alpha_2} & \theta &= \cos^{-1} \left[\frac{-\alpha_1}{\sqrt{4\alpha_2}} \right] \\
 R &= \sqrt{0.9} & \theta &= \cos^{-1} \left[\frac{-(-1.6)}{\sqrt{4(0.9)}} \right] \\
 R &= 0.9486 & \theta &= 0.5674
 \end{aligned}$$

Presentada la solución general como se muestra a continuación

$$\gamma_t = 0.9486^t [A_5 \cos(0.5674) t + A_6 \sin(0.5674) t] + 13.33$$

dadas las condiciones iniciales se tiene que $A_5 = -10.33$ y $A_6 = 49.8792$, los cuales al ser sustituidos en la representación anterior darán la siguiente ecuación:

$$\gamma_t = 0.9486^t [-10.33 \cos(0.5674) t + 49.8792 \sin(0.5674) t] + 13.33$$

CUADRO 9. Condiciones de estacionariedad modelos AR (p)

	AR(1)	AR(2)	AR(p)
Ecuación representativa	$\gamma_t = \alpha_0 + \alpha_1 \gamma_{t-1} + \varepsilon_t$	$\gamma_t = \alpha_0 + \alpha_1 \gamma_{t-1} + \alpha_2 \gamma_{t-2} + \varepsilon_t$	$\gamma_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \gamma_{t-i} + \varepsilon_t$
Media (μ)	$\frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}$	$\frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2}$	$\frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p}$
Varianza (γ_0)	$\frac{\sigma^2}{1 - \alpha_1^2}$	$\frac{(1 - \alpha_2)\sigma^2}{(1 + \alpha_2)(1 - \alpha_1 - \alpha_2)(1 + \alpha_1 - \alpha_2)}$	$\alpha_1 \gamma_1 + \alpha_2 \gamma_2 + \dots + \alpha_p \gamma_p$
Covarianza (γ_1)	$\frac{\sigma^2(\alpha_1)^1}{1 - \alpha_1^2}$	$\frac{\alpha_1 \gamma_0}{1 - \alpha_2}$	$\alpha_1 \gamma_0$
γ_s	$\frac{\sigma^2(\alpha_1)^s}{1 - \alpha_1^2}$	$\alpha_1 \gamma_{s-1} + \alpha_2 \gamma_{s-2}$	$\alpha_1 \gamma_{s-1} + \alpha_2 \gamma_{s-2} + \dots + \alpha_p \gamma_{s-p}$

ρ_0	$\frac{\gamma_0}{\gamma_0}$	$\frac{\gamma_0}{\gamma_0}$	$\frac{\gamma_0}{\gamma_0}$
ρ_k	$\frac{\gamma_k}{\gamma_0}$	$\frac{\gamma_k}{\gamma_0}$	$\frac{\gamma_k}{\gamma_0}$

Fuente: Elaboración propia

Al trabajar con modelos autorregresivos es importante verificar que cumplan con las condiciones establecidas para probar la existencia de estacionariedad (Cuadro 9), la importancia de esto radica en el hecho de que si el modelo es estacionario se está garantizando que se tendrá un comportamiento convergente, lo cual es necesario para poder realizar un pronóstico que sea confiable.

2.4.2 PROCESO DE MEDIAS MÓVILES

Existen ocasiones en las que los procesos AR (p) no generan a γ , en ese sentido, “si se toma como punto de partida el modelo lineal general¹⁵, se puede construir un modelo más económico que únicamente contenga algunos de los errores aleatorios ponderados” (González, 2011: 72), el cual es conocido como proceso de promedios móviles o modelo de medias móviles, MA (q), debido a que contiene q variables históricas autorregresivas de los términos de error.

$$\gamma_t = \alpha_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \beta_3 \varepsilon_{t-3} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

donde α_0 es una constante, ε_t es el término de error estocásticos de ruido blanco. En este caso suponga que el modelo de γ esta dado por $\gamma_t = \alpha_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$, aquí se dice que γ en el periodo t es igual a una constante más un promedio móvil de los términos de error presente y pasado. En esta situación γ_t sigue un proceso de medias móviles de primer orden o MA (1).

En cambio, si γ_t estuviera expresado como $\gamma_t = \alpha_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$, es un proceso de medias móviles de segundo orden o MA (2). De manera más general, un proceso de promedios móviles es tan sólo una combinación lineal de términos de error de ruido blanco, que se truncan en el valor de q .

¹⁵ Si se considera que una serie de tiempo γ_t está conformada por una suma ponderada de los errores aleatorios sucesivos, es posible construir un modelo lineal general: $\gamma_t = \varepsilon_t + \pi_1 \varepsilon_{t-1} + \pi_2 \varepsilon_{t-2} + \pi_3 \varepsilon_{t-3} + \dots$

Es necesario preguntarse si estos modelos son estacionarios en sentido amplio, y para dar respuesta a esto se deben verificar las condiciones establecidas en el Cuadro 10, con el fin de garantizar que “los valores de la media, la varianza y la función de autocorrelación puedan estimarse considerando a la serie de tiempo con N datos, como una muestra de tamaño N, cuyos parámetros son constantes a través del tiempo” (González, 2011: 53).

CUADRO 10. Condiciones de estacionariedad modelos MA (q)

	MA(1)	MA(2)	MA(q)
Ecuación representativa	$\gamma_t = \alpha_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$	$\gamma_t = \alpha_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$	$\gamma_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$
Media (μ)	α_0	α_0	α_0
Varianza (γ_0)	$(1 + \beta_1^2) \sigma_\varepsilon^2$	$(1 + \beta_1^2 + \beta_2^2) \sigma_\varepsilon^2$	$(1 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \dots + \beta_q^2) \sigma_\varepsilon^2$
Covarianza (γ_1)	$\beta_1 \sigma_\varepsilon^2$	$(\beta_1 + \beta_1 \beta_2) \sigma_\varepsilon^2$	$(\alpha_0 + \beta_1 \beta_2 + \dots + \beta_{q-1} \beta_q) \sigma_\varepsilon^2$
γ_s	0	$(\beta_s + \beta_1 \beta_{s+1} + \beta_2 \beta_{s+2} + \dots + \beta_q \beta_{s+q})$	$\beta_s \alpha_\varepsilon^2$
ρ_0	$\frac{\gamma_0}{\gamma_0}$	$\frac{\gamma_0}{\gamma_0}$	$\frac{\gamma_0}{\gamma_0}$
ρ_k	$\frac{\gamma_k}{\gamma_0}$	$\frac{\gamma_k}{\gamma_0}$	$\frac{\gamma_k}{\gamma_0}$

Fuente: Elaboración propia

2.4.3 PROCESO AUTORREGRESIVO Y DE MEDIAS MÓVILES

En la realidad, es posible que γ tenga tanto características AR como MA, lo cual da como resultado la obtención de una clase más amplia, conocida como modelos ARMA (p, q), los cuales contienen $p + q$ variables históricas.

$$\gamma_t = \alpha_0 + \alpha_1 \gamma_{t-1} + \alpha_2 \gamma_{t-2} + \dots + \alpha_p \gamma_{t-p} + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

En general en un modelo ARMA (p, q) habrá p términos autorregresivos y q términos de medias móviles. Estos modelos tienen condiciones de estacionariedad (Cuadro 11) que deben ser verificadas para garantizar la estabilidad de éste.

CUADRO 11. Condiciones de estacionariedad modelos ARMA (1, 1)

	ARMA(1,1)
Ecuación representativa	$\gamma_t = \alpha_1\gamma_{t-1} + \beta_1\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$
Media (μ)	0
Varianza (γ_0)	$\frac{(1 + \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1)}{1 - \alpha_1^2}$
ρ_0	1
ρ_1	$\frac{(\alpha_1 - \beta_1)(1 - \alpha_1\beta_1)}{1 + \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1}$
ρ_k para $k \geq 2$	$\alpha_1\rho_{k-1}$

Fuente: Elaboración propia

A partir de las condiciones de estacionariedad de cada uno de los modelos presentados, AR, MA Y ARMA, es posible obtener la llamada función de autocorrelación simple (FAC) en la cual se presenta la correlación de un modelo de series de tiempo, los cuales son observados a través de diagramas llamados correlogramas, estos permiten observar la relación entre ρ_k respecto al rezago k.

Y también es factible obtener la función de autocorrelación parcial (FACP) la cual “mide la correlación entre observaciones (series de tiempo) separadas k periodos y mantiene constantes las correlaciones en los rezagos intermedios (es decir, rezagos menores de k). En otras palabras, la autocorrelación parcial es la correlación entre γ_t y γ_{t-k} después de eliminar el efecto de las intermedias” (Gujarati y Porter, 2010: 778). Mediante los correlogramas obtenidos de la FAC y la FACP es posible visualizar un comportamiento estacionario.

2.5 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA BOX-JENKINS PARA EL PRONÓSTICO

“Los investigadores han observado que los grandes modelos macroeconómicos de ecuaciones simultáneas construidos en los años 60 frecuentemente dan peores resultados predictivos que los bastantes simples, modelos de series temporales univariantes basados en sólo unos pocos parámetros y en especificaciones compactas. Precisamente en esta observación se ha basado la importancia de los modelos predictivos univariantes de series temporales propuestos inicialmente por Box y Jenkins (1984)” (Greene, 1999: 709). Esta propuesta marco el comienzo de una nueva generación de herramientas de pronóstico, que fue popularmente conocida como metodología Box-Jenkins (BJ), pero técnicamente conocida como metodología ARIMA.

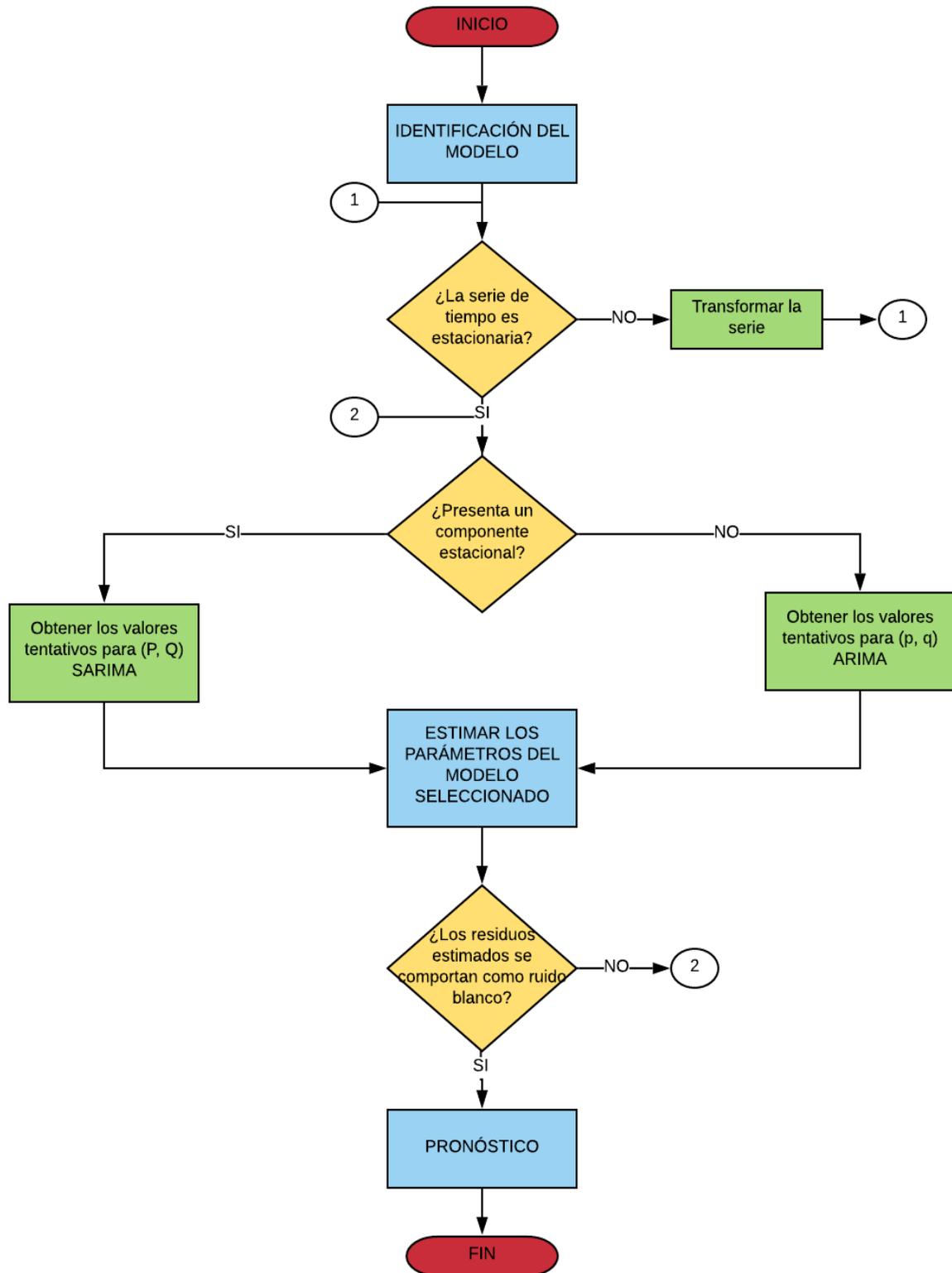
La metodología BJ consta de básicamente 3 pasos: la identificación, la estimación y el pronóstico (Figura 7), pero dentro de cada uno de estos pasos vienen implícitas ciertas cuestiones a considerar para llegar a un pronóstico que se ajuste correctamente a la realidad.

El primer paso es la identificación, la cual abarca gran parte del proceso, es aquí donde se hace un análisis inicial para reconocer las características que contiene la serie de tiempo. Lo principal es determinar si la serie de tiempo en cuestión es o no estacionaria, lo cual puede ir acompañado de la identificación de un componente estacional¹⁶ presente en la misma. No se debe olvidar que el hecho de trabajar con series no estacionarias trae consigo distintos problemas.

No es posible realizar estimaciones correctamente, además puede ocasionar que las regresiones obtenidas sean espuria y por ende los resultados obtenidos no tengan sentido. En cambio, al afirmar que una serie de tiempo es estacionaria, entonces la media y la varianza

¹⁶ Cuando se trabaja con series de tiempo que tienen una periodicidad menor a un año, es usual encontrar este componente, ya que “es muy común que algunos fenómenos se encuentren vinculados a las estaciones del año, al clima, variaciones económicas repetitivas como las quincenas, entre otras cosas” (González, 2011: 19).

Figura 7. Diagrama de flujo de la metodología Box-Jenkins



Fuente: Elaboración propia

pueden ser estimadas. Existen pruebas de diagnóstico que nos ayudan a saber cuándo una serie es o no estacionaria.

“El primer paso en el análisis de series de tiempo es hacer la gráfica de las observaciones disponibles contra el tiempo. Esto sirve para visualizar aspectos tales como: posible tendencia, posible heteroscedasticidad, posible variación estacional o ciclo, posibles discontinuidades, posibles datos atípicos” (Gonzalez 2011: 56), aunque en muchas ocasiones un análisis gráfico de este tipo puede resultar engañoso en algunos aspectos, por eso no se debe olvidar que todas las gráficas son un método informal de análisis.

A causa de esto se crearon pruebas formales que ayudan a comprobar la estacionariedad, la cual viene dada inicialmente por el proceso estocástico de raíz unitaria. Dada esta ecuación sabemos que si $\rho=1$, existe la presencia de una raíz unitaria y por consecuencia la serie en cuestión se comporta como una camina aleatoria, es decir, hablamos de un proceso no estacionario. Pero esta ecuación no puede ser estimada por MCO, por ello no es posible probar la hipótesis de que $\rho=1$ utilizando la prueba t que usualmente se maneja. A partir de esto fue necesario realizar una modificación en la ecuación del proceso de raíz unitaria, restando a cada lado de la ecuación γ_{t-1} lo cual se expresa como:

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$$

donde $\delta = (\rho - 1)$ y Δ indica el operador de primeras diferencias.

Aún con esta modificación no era posible usar la prueba t en la práctica, por lo cual David A. Dickey y Wayne A. Fuller, después de haber entendido esta situación, se dieron cuenta de que el valor estimado t del coeficiente de γ_{t-1} se ajusta mejor al del estadístico Tau, por ello, estos autores se dieron a la tarea de calcular los valores críticos de dicho estadístico a través de simulaciones Monte Carlo¹⁷ (Cuadro 12).

¹⁷ Los experimentos Monte Carlo “son comunes al estudiar las propiedades estadísticas de diversos métodos de estimación de parámetros poblacionales. Son en particular útiles para estudiar el comportamiento de los estimadores en muestras pequeñas, o finitas.” (Gujarati y Porter, 2010: 84)

Debido a que el proceso de raíz unitaria se presenta con distinta naturaleza, la prueba Dickey-Fuller debe ser aplicada tomando en cuenta las diferentes posibilidades, un proceso sin deriva

CUADRO 12. Valores críticos de la prueba Dickey-Fuller

	1%	5%	10%
t no constante	-2.58	-1.95	-1.61
t con constante	-3.46	-2.88	-2.57
t constante y tendencia	-3.99	-3.43	-3.13

Fuente: Elaboración propia

o con deriva y que posiblemente tenga una tendencia, ya sea estocástica o determinística; por lo cual esta prueba se estima en tres formas distintas.

1. Sin constante (sin deriva): $\Delta\gamma_t = \delta\gamma_{t-1} + u_t$
2. Con constante (con deriva): $\Delta\gamma_t = \beta_1 + \delta\gamma_{t-1} + u_t$
3. Con constante y tendencia: $\Delta\gamma_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta\gamma_{t-1} + u_t$

Para todos los casos anteriores, las hipótesis a probar son:

- Hipótesis nula (H_0): $\delta=0$; la serie de tiempo no es estacionaria o tiene tendencia estocástica (existe raíz unitaria).
- Hipótesis alternativa (H_1): $\delta<0$; la serie de tiempo es estacionaria y tiene una posible tendencia determinística.

Otra prueba formal para la identificación de la estacionariedad es la propuesta por P.C.B. Phillips y P. Perron, quienes utilizaron “métodos estadísticos no paramétricos para evitar la correlación serial en los términos de error, sin añadir términos de diferencia rezagados. La distribución asintótica de la prueba PP es la misma que la prueba DFA” (Gujarati y Porter, 2010: 758), por lo tanto los valores críticos usados son los mismos. Las dos pruebas anteriormente explicadas omiten el hecho de que la mayoría de las series financieras presentan un cambio estructural, al encontrarse ante esta situación es posible que el uso de alguna de estas pruebas

no resulte válido. A partir de este argumento y con el fin de corregir esta situación Lee y Strazicich (2001) desarrollaron una prueba de raíz unitaria que toma en cuenta que las series están expuestas a la presencia de una ruptura estructural, y que considerar esta era importante al momento de identificar correctamente la estacionariedad de una serie, por tal motivo dentro de su prueba se tiene en consideración la concurrencia de esta característica aún sin conocer la fecha exacta en que sucede.

Si al realizar alguna de las pruebas, se obtiene evidencia que indica que la serie de tiempo financiera es no estacionaria, resulta necesario aplicar una transformación matemática temporal a la serie para volverla estacionaria. Una vez realizada esta transformación es necesario repetir el proceso de la prueba de DF o PP y la prueba de Lee y Strazicich para corroborar que se haya corregido el problema de no estacionariedad, en cuyo caso será posible continuar con el análisis.

En este punto es necesario identificar si la serie de tiempo a tratar presenta un componente estacional, el cual es uno de los cuatro componentes que pueden estar presentes en una serie de tiempo. Cuando se trabaja con series de tiempo que tienen una periodicidad menor a un año, es usual encontrar este componente, ya que “es muy común que algunos fenómenos se encuentren vinculados a las estaciones del año, al clima, variaciones económicas repetitivas como las quincenas, entre otras cosas” (González, 2011: 19). Una manera de detectar la presencia de un componente estacional, es a través de la función de autocorrelación parcial (FACP) y el correlograma que resulta de este, respecto a la longitud del rezago.

Una vez identificado el componente estacional se tienen dos opciones: se elimina o se modela, no se sabe cuál es la elección correcta por eso deben probarse ambos casos para al final compararlos y elegir el mejor. En muchas ocasiones es conveniente eliminar el componente estacional; el proceso para eliminar el componente estacional es conocido como desestacionalización o ajuste estacional, y se realiza a través de diferencias estacionales. Para el caso de ser modelado, será conveniente utilizar modelos estacionales, los cuales “son semejantes a los modelos ordinarios ARIMA excepto que, en lugar de avanzar en periodos unitarios, avanzan-o retroceden- en periodos de longitud s ” (González, 2011: 142). Formalmente son llamados modelos SARIMA.

La metodología BJ maneja tres filtros lineales principales: el autorregresivo (AR), el de integración (I) y el de medias móviles (MA). Por ello, el siguiente paso dentro de la identificación es obtener los valores tentativos de cada uno de estos filtros, es decir, para modelos sin componente estacional, modelo ARIMA es necesario determinar (p, d, q) , donde p son las variables históricas autorregresivas que contiene el modelo, d es el orden de las diferencias que se le aplica a la serie (en caso de trabajar con una serie que aún no sea estacionaria) y q son las variables históricas de los errores aleatorios.

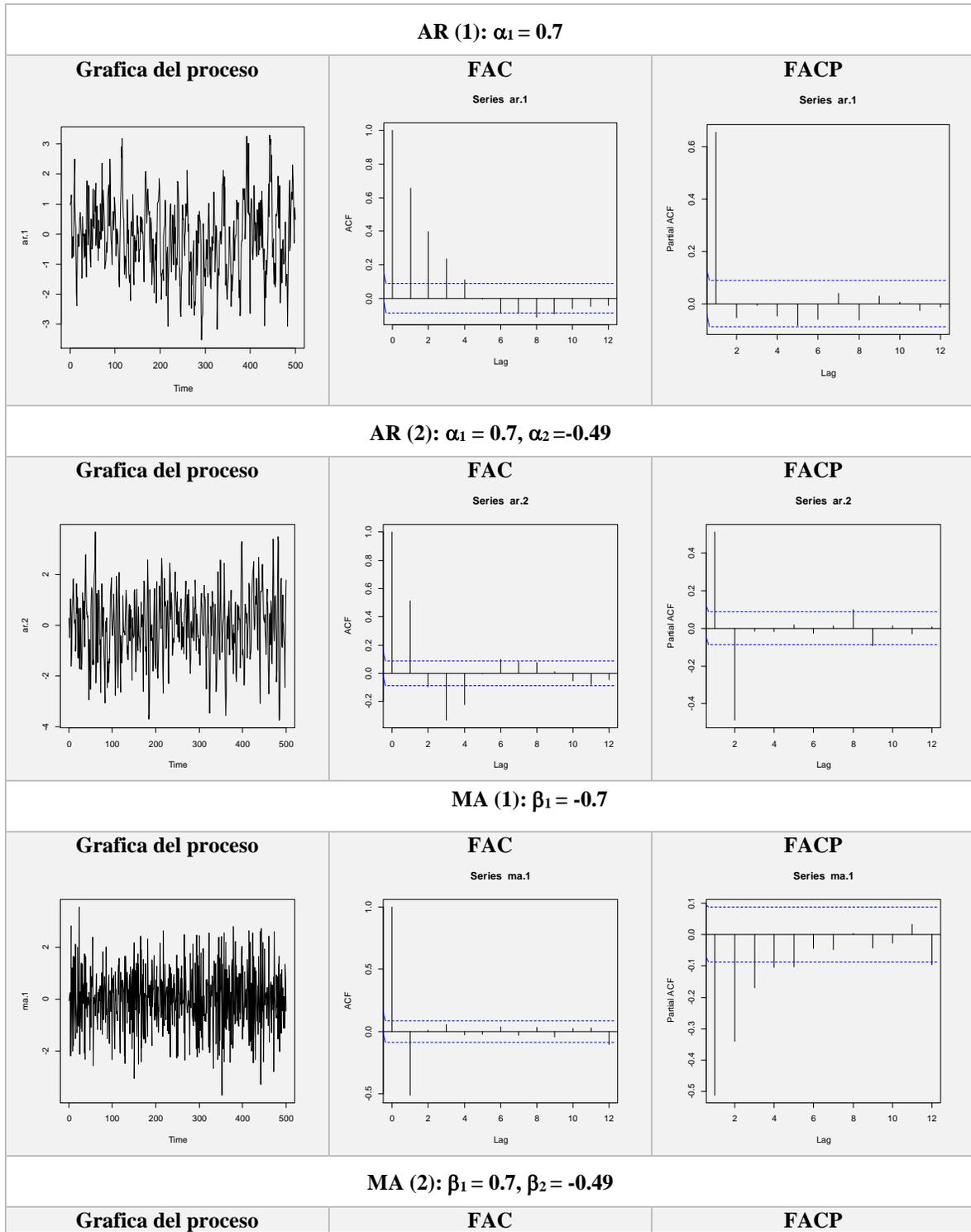
Mientras que para un modelo con componente estacional, SARIMA, es necesario definir además (P, D, Q) , entendiendo que P es el orden de la parte autorregresiva estacional, D es el orden de las diferencias estacionales con longitud s y Q es el orden de las medias móviles estacionales.

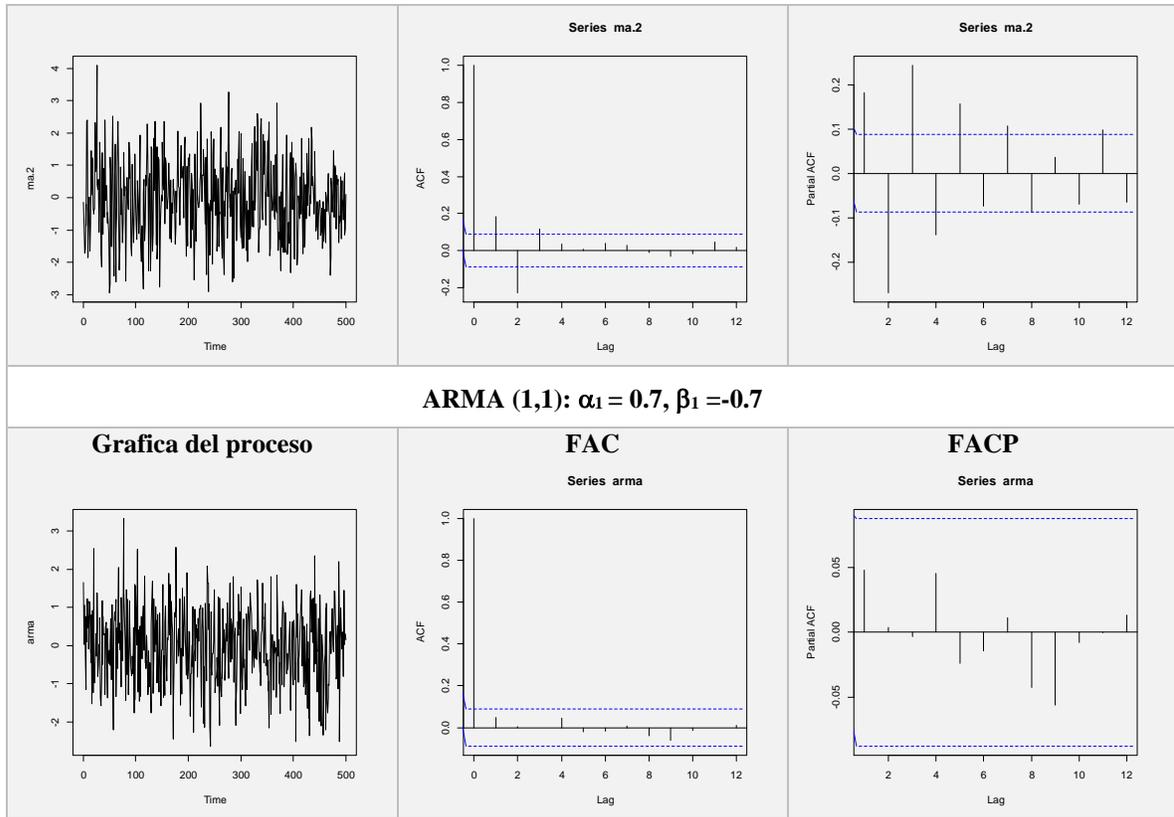
Es posible determinar los valores tentativos del modelo a través de los correlogramas obtenidos de la FAC y la FACP de la serie de tiempo, los cuales presentaran un patrón específico. Por ello, se ha creado un catálogo (Cuadro 13) que presenta los patrones característicos de un número seleccionado de procesos ARMA, como AR (1), AR (2), MA (1), MA (2) y ARMA (1,1), el cual servirá como base para determinar si los correlogramas obtenidos de la serie de tiempo encajan con alguno de estos patrones, para así poder definirlo como tal proceso. Aunque realmente resulta muy laborioso realizar un catálogo que incluya todas las posibles combinaciones de procesos ARMA existentes, porque sería necesario considerar incluso los signos de los coeficientes que podrían ser obtenidos, lo cual nos llevaría a tener n cantidad de procesos a simular.

Por este motivo y con la finalidad de facilitar esta tarea, a través de los años la literatura ha creado una forma de identificar estos patrones característicos, los cuales han sido llamados lineamientos generales (Cuadro 14).

En este momento se habría terminado con la identificación, y ahora será necesario estimar

CUADRO 13. Catálogo de la función de autocorrelación (FAC) y la función de autocorrelación parcial (FACP) de procesos seleccionados





Fuente: Elaboración propia

los coeficientes de los parámetros elegidos para el modelo tentativo. Para llevar a cabo el cálculo de este apartado es necesario recurrir al uso del método de mínimos cuadrados simples, aunque en otras ocasiones se tendrán que usar otros métodos de estimación no lineal. Sin embargo, esta labor actualmente es realizada a través algoritmos o rutinas establecidos

CUADRO 14. Lineamientos generales de FAC y FACP

Tipo de modelo	Patrón típico de FAC	Patrón típico de FACP
AR (p)	Disminuye exponencialmente o con un patrón de onda sinusoidal achatada o ambos	Picos significativos en los rezagos q
MA (q)	Picos significativos en los rezagos q	Decrece exponencialmente
ARMA (p, q)	Decrece exponencialmente	Decrece exponencialmente

Fuente: Elaboración propia con base en Gujarati y Porter (2010)

para diversos paquetes estadísticos. Por ello no es necesario desgastarse en realizar desarrollos matemáticos de estimación.

Posteriormente, es indispensable verificar el modelo elegido. Si los parámetros del proceso fueron obtenidos a través de algún paquete estadístico, seguramente serán los correctos, ya que estos programas realizan todas las combinaciones posibles antes de dar un resultado, pero aun así es importante realizar esta verificación. La manera más común de seleccionar el mejor modelo es comparando el modelo tentativo con otros modelos cercanos a este, es decir, supongamos que una vez aplicado el comando `auto.arima` en R obtenemos un proceso ARIMA (2,1,1), este modelo deberá ser comparado con los procesos ARIMA (1,1,1), ARIMA (3,1,1), ARIMA (2,1,2), ARIMA (2,1,0), ARIMA (1,1,2), ARIMA (1,1,2), ARIMA (3,1,0), etc. Es necesario estimar cada modelo, para así a través del Criterio de Akaike y/o el Criterio Bayesiano de Schwarz se elija el más pequeño en valor absoluto, con lo cual se asegura que el error será mínimo.

Cuando se tenga dicho modelo se debe realizar otra prueba para saber que realmente se ajusta a los datos. Esta prueba consiste en extraer los residuos estimados del modelo seleccionado y aplicarles una prueba para asegurar que se comportan como un ruido blanco, o sea, son estacionarios. De ser así se puede aceptar que se ajusta correctamente, de lo contrario será necesario regresar al punto donde se obtienen los valores tentativos del proceso.

Finalmente, se puede obtener el pronóstico que “es un estimador del valor desconocido que tendrá la variable aleatoria en el futuro” (González, 2011: 97). Debido a que es un estimador, es posible pronosticarlo tanto de manera puntual, a través de métodos como mínimos cuadrados, máxima verosimilitud o momentos; como por intervalos, para calcularlo se usa el estimador puntual como centro. Los pronósticos pueden ser obtenidos de una manera muy sencilla a través de los programas que ya hemos mencionado. Esta metodología se caracteriza por obtener pronósticos más confiables que los que podrían ser obtenidos con otros métodos econométricos, en particular en pronósticos a corto plazo.

2.6 CAMBIOS ESTRUCTURALES

Es muy probable que durante periodos largos de estudio la variable económica pase por distintos ciclos económicos de diferentes duraciones, “los ciclos económicos están marcados por periodos de recesiones y de expansiones. Es muy probable que un ciclo económico sea distinto de otro, lo que puede reflejar rupturas estructurales o cambios estructurales en la economía” (Gujarati y Porter, 2010: 758).

El hecho de que exista un cambio estructural es un indicador de que los parámetros del modelo no permanecen constantes a lo largo de todo el periodo en estudio. En general, los cambios estructurales se deben a fuerzas externas, tales como cambios en políticas o guerras, los cuales generan que se modifique la tendencia de la serie. La importancia de detectarlos radica en que pueden sesgar los resultados obtenidos. Por ejemplo, supongamos que se estudia una serie de tiempo que va de 1970 a 1995, y se tiene información a priori que indica que el año 1981 la economía sufrió un choque externo que pudo haber derivado un cambio estructural. Para saber si lo anterior realmente sucedió, es posible dividir la muestra en dos periodos, 1970-1981 y 1982-1995. Ahora es factible plantear tres ecuaciones:

- a) Periodo 1970-1981: $Y_t = \lambda_1 + \lambda_2 \chi_t + u_{1t}$ $n_1=12$
- b) Periodo 1981-1995: $Y_t = \gamma_1 + \gamma_2 \chi_t + u_{2t}$ $n_2=14$
- c) Periodo 1970-1995: $Y_t = \alpha_1 + \alpha_2 \chi_t + u_{3t}$ $n=n_1+n_2=26$

La ultima regresión no marca ninguna diferencia en los dos periodos, por lo tanto incluye el total de observaciones. “En otras palabras, esta regresión supone que el intercepto, así como el coeficiente de la pendiente, permanecen constantes durante todo el periodo; es decir, no hay cambio estructural. Si ésta fuera la situación, entonces $\alpha_1 = \lambda_1 = \gamma_1$ y $\alpha_2 = \lambda_2 = \gamma_2$ ” (Gujarati y Porter, 2010: 255).

Si se diera el caso contrario, es decir, $\alpha_1 \neq \lambda_1 \neq \gamma_1$ y $\alpha_2 \neq \lambda_2 \neq \gamma_2$ existiría la presencia de un cambio estructural, el cual tendría que ser incluido en el modelo. Siguiendo esta misma línea es

posible llevar a cabo la prueba Chow la cual sigue la estructura anterior, sin embargo esta es una manera formal de garantizar la presencia de un cambio estructural a través de pruebas estadísticas, dicha prueba se lleva a cabo con los siguientes pasos (Gujarati y Porter, 2010: 256-258):

1. Es necesario estimar la regresión del periodo completo (inciso c) para que a partir de esta estimación se extraiga la suma de residuos cuadrados restringida (SRC_R) considerando $n-k$ grados de libertad, llamada de este modo porque al usar el modelo más completo se impone la restricción de que los parámetros durante toda la muestra son los mismos.
2. Ahora se deberá generar la regresión presentada en el inciso a en donde únicamente se considera la primer parte de la muestra, para que de este modo se obtenga la suma de residuos cuadrados que será denominada como SRC_1 , con n_1-k grados de libertad.
3. Del mismo modo, se estima la regresión del inciso b que toma en cuenta el resto del periodo, de la cual se obtiene SRC_2 , con n_2-k grados de libertad.
4. Estos últimas dos regresiones al ser independientes se pueden sumar tanto SRC_1 como SRC_2 , para obtener la suma de residuos cuadrados no restringida (SRC_{NR}), es decir:

$$SRC_{NR} = SRC_1 + SRC_2 \quad \text{con gl} = (n_1 + n_2 - 2k)$$

5. Teniendo esta información, la prueba Chow sostiene la idea de que si no existe un cambio estructural, entonces SRC_R y SRC_{NR} no deben ser estadísticamente distintas, lo cual se plantea como la hipótesis nula. La razón F que se forma es:

$$F = \frac{(SRC_R - SRC_{NR})/k}{(SRC_{NR})/(n_1 + n_2 - 2k)}$$

en donde F una distribución F con k y $(n_1 + n_2 - 2k)$ grados de libertad para el numerador y denominador, respectivamente.

6. Por tal motivo, si el valor de F calculado no excede el valor crítico obtenido de la tabla F en el nivel elegido de significancia, entonces no se rechaza la hipótesis nula de la estabilidad paramétrica (no existe un cambio estructural), así que los parámetros obtenidos al generar la regresión conjunta son aceptables. En caso contrario, se deberá rechazar la hipótesis de la estabilidad paramétrica por ello se concluirá que hay presencia de un cambio estructural, entonces una regresión conjunta arrojará parámetros dudosos.

Dentro del software R existe una paquetería especial llamada *strucchange*, en donde se presenta un comando que cumple con la función de realizar pruebas de cambio estructural denominado *sctest* (Structural Change Tests), que arroja directamente el valor F y el nivel de significancia p calculados. Apoyados en esta herramienta se realiza la prueba Chow para el ejemplo presentado anteriormente, resultando $F = 10.69$ y el valor p es 0.00057, comparando estos valores con los obtenidos de las tablas F para 2 y 22 grados de libertad al 1% $F = 7.72$, con esta información se rechaza la hipótesis de estabilidad paramétrica llegando a la conclusión de que existe un cambio estructural en el periodo de estudio.

Figura 8. Prueba Chow en R

```
> sctest(SAVINGS ~ INCOME, data=savings, type = "Chow", point = 12)
      Chow test
data: SAVINGS ~ INCOME
F = 10.69, p-value = 0.0005708
```

Fuente: Elaboración propia con base en Gujarati y Porter 2010

Es importante indicar que la prueba Chow puede ser fácilmente generalizada, para casos en los que ocurra más de una ruptura estructural, si llegara a ser este el caso se tendría que dividir la muestra en subperíodos para cada uno de los momentos en donde se sabe ocurrió un cambio estructural, de este modo se tendrán tantos términos SRC_{NR} como subperíodos existan más un

término SRC_R para la muestra completa y de este modo se continua con la aplicación de la prueba Chow.

La principal restricción que presenta la prueba Chow es que supone que se conoce de manera anticipada el momento en que ocurre un cambio estructural. Sin embargo, no siempre es así y por esta razón existen otros métodos para establecer el momento exacto de una ruptura estructural. Aunque existen distintas maneras de probar los cambios estructurales y explicarlos, la manera más sencilla es a través del uso de variables dicótomas¹⁸, donde 1 indica el momento en que ocurre dicho cambio y 0 en cualquier otro caso.

En este punto es conveniente recordar los aspectos más relevantes que se presentaron en este segundo apartado. Siempre que se trabaje con una serie de tiempo económica que es usada con fines financieros será importante comenzar por identificar en ella cual o cuales de los 6 hechos estilizados se encuentran presentes.

De este modo se pueden reconocer las transformaciones que serán necesarias aplicarse con la finalidad de corregir estos, por ejemplo, si reconocemos que estamos frente a un proceso estocástico no estacionario (que es de lo más común) será necesario apoyarnos de la diferencias logarítmicas para de esta forma estabilizar la media y la varianza convirtiéndola así en una serie estacionaria. Hablando de esta situación no debe olvidarse de las consecuencias que trae el no prestar atención a las características de nuestras series, una de las principales es el terminar estimando un modelo que resulte ser espuria.

Una vez que se han aplicado las transformaciones necesarias a la serie es posible comenzar con la estimación de un modelo, en este caso se presenta la metodología Box Jenkins que permite estimar modelos a partir de variables rezagadas, ya sea de la misma variable explicada, el término de error estocástico o una combinación de ambas, estos modelos son conocidos como ARIMA y su principal finalidad es que sean usados para el pronóstico. Finalmente, se resalta la información sobre los choques externos, que de manera clara son situaciones históricas que

¹⁸ Las variables dicótomas son utilizadas para incluir regresoras de carácter cualitativo, estas variables toman solo valores de 0 y 1.

afectan directamente el comportamiento de la serie de tiempo. Cuando se tiene la teoría de que estos choques están presentes es importante realizar una prueba que nos de garantía de que estos cambios deben ser incluidos en el modelo a través de variables dicótomas.

CAPÍTULO 3. MODELO DE VOLATILIDAD PARA LA INFLACIÓN EN AMÉRICA LATINA

La tarea de determinar cuánto cambia una variable en respuesta a un impacto en alguna otra variable o, en el caso de modelos autorregresivos, de ella misma, generalmente se ha llevado a cabo empleando modelos con estructuras lineales. Es decir, aquellos en los que los parámetros son lineales. Por ejemplo, es posible explicar el comportamiento de una variable a través de un modelo ARIMA, un VAR o un modelo de regresión lineal simple.

El problema con estos modelos es que, cuando se usan para analizar series de tiempo económicas y financieras no son capaces de capturar características importantes que tienen en común dichas series, como la presencia de leptocurtosis¹⁹, el agrupamiento de la volatilidad y el efecto apalancamiento. En este caso, los modelos obtenidos pueden no ser los adecuados para estimar, analizar y predecir correctamente el comportamiento del fenómeno económico o financiero. Por esta razón, se han propuesto métodos para una estimación más eficiente.

Estos nuevos métodos de estimación parten de la teoría de los modelos ARIMA; sin embargo, se presentan algunas variaciones que permiten considerar las características de las series de tiempo financieras e incluirlas en el modelo.

Este capítulo es importante ya que en él se detallan las propiedades y la estructura idónea que debe ser considerada para la correcta estimación de la varianza condicional de la inflación; además, se presentan distintas pruebas estadísticas que permitirán identificar la presencia de efectos tales como el cambio estructural y el efecto apalancamiento (asimetría en los choques presentados por la varianza condicional), que deban ser considerados para determinar cuál de estos modelos tiene un mayor ajuste con la variable que se estudia.

¹⁹ Cuando se tiene la presencia de leptocurtosis se dice que la curva de los datos será muy apuntalada. En el caso específico de este tipo de curtosis, el valor de la curtosis es mayor a cero. La fórmula para obtenerla es la siguiente, en donde se le resta tres porque es la curtosis de una distribución normal.

$$Curtosis = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{N \cdot S_x^4} - 3$$

3.1 EL MODELO ARCH

La volatilidad es uno de los conceptos más importantes de las series de tiempo financieras, sin embargo, los modelos econométricos convencionales suponen que la variación en el término de perturbación es constante a lo largo del tiempo:

$$\gamma = \alpha_0 + \alpha_1\chi + \varepsilon$$

Lo anterior representa la relación lineal entre dos variables, γ y χ , la cual depende de α_0 que representa una constante más el valor del coeficiente α_1 multiplicado por la variable χ , pero debido a que es difícil explicar de manera exacta a γ resulta necesario incluir un término adicional que capture el error que se puede presentar, es representado por ε . Este término de error también es conocido como termino de perturbación, el cual se asume que debe tener media cero y varianza constante, como se mencionó anteriormente. Lo cual en el caso de series de este tipo es una afirmación errónea, ya que presentan periodos de alta volatilidad que son seguidos por otros de relativa calma, a esto se le conoce como heteroscedasticidad o varianza desigual, la cual debe ser modelada de modo distinto.

Como respuesta a esta problemática, Engle (1982) aseguró que es posible modelar simultáneamente la media y la varianza de una serie a partir del llamado modelo de heteroscedasticidad condicional autorregresivo, ARCH. “Como su nombre lo indica, la heteroscedasticidad, o varianza desigual, puede tener una estructura autorregresiva en la que la heteroscedasticidad observada a lo largo de diferentes periodos quizá esté autocorrelacionada” (Gujarati y Porter, 2010: 791). En estos modelos al hablar de varianza condicional nos referimos a aquella que está condicionada al valor futuro pero usando al mismo tiempo el valor pasado de la volatilidad.

La importancia de identificar si es necesario el uso de estos modelos radica en el hecho de que los pronósticos generados a partir de varianzas condicionales resultan más precisos que los que son hechos con varianzas no condicionales, es decir, suponga que se tiene un proceso ARMA

estacionario tal que $\gamma_t = \alpha_0 + \alpha_1 \gamma_{t-1} + \varepsilon_t$, y se desea pronosticar el valor de γ_{t-1} , a partir de $\gamma_{t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 \gamma_t + \varepsilon_{t+1}$ entonces se tiene que:

	Condicional	NO Condicional
Media	$\alpha_0 + \alpha_1 \gamma_t$	$\frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} \quad \forall \alpha_1 < 1$
Varianza	$\widehat{\sigma_\varepsilon^2}$	$\frac{\widehat{\sigma_\varepsilon^2}}{1 - \alpha_1}$

En el caso del pronóstico no condicional la varianza siempre se vuelve más grande en comparación a la condicional, lo cual genera que no sea posible obtener los mejores estimadores lineales insesgados.

El ejemplo más simple de la clase de modelos heteroscedásticos condicionalmente multiplicativos propuesto por Engle (1982) es:

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2}$$

Donde v_t = proceso de ruido blanco tal que $\sigma_v^2 = 1$, v_t y ε_{t-1} son independientes entre sí, y α_0 y α_1 son constantes tales que $\alpha_0 > 0$ y $0 \leq \alpha_1 \leq 1$ (Enders, 2015: 125). Este proceso se conoce como ARCH (1), porque la varianza condicional depende solo de un rezago del error cuadrado.

El proceso ARCH (1) puede ser entendido a cualquier tipo de proceso superior conocido como ARCH (p), donde p indica el número de rezagos del error cuadrado de los que dependerá la varianza condicional.

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{\alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2}$$

3.1.1 PRUEBA DE EFECTOS ARCH

Una manera sencilla de probar que los efectos ARCH están presentes en los residuos de un modelo es llevando a cabo los siguientes pasos:

- I. Para el caso donde la variable γ_t se explica únicamente por una constante se ejecuta la regresión: $\gamma_t = \beta_0 + u_t$
- II. Se extraen de esta regresión los residuos \hat{u}_t y se elevan al cuadrado \hat{u}_t^2
- III. Ahora es necesario ejecutar una nueva regresión para probar los efectos ARCH de orden q , por lo cual es necesario generar q rezagos de los residuos cuadrados para obtener: $\hat{u}_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \delta_2 \hat{u}_{t-2}^2 + \dots + \delta_q \hat{u}_{t-q}^2 + v_t$ donde v_t es un término de error.
- IV. Puede obtenerse el estadístico de la prueba conjunta, el cual es definido como $N \cdot R^2$ (el número de observaciones multiplicado por el coeficiente de determinación de la última regresión) que se distribuye como $X^2(q)$.
- V. La hipótesis nula y alternativa a probar son:
 $H_0: \delta_1=0, \delta_2=0, \delta_3=0, \dots, \delta_q=0$
 $H_1: \delta_1 \neq 0, \delta_2 \neq 0, \delta_3 \neq 0, \dots, \delta_q \neq 0$

Si se rechaza la hipótesis nula se tendrá evidencia a favor de la existencia de efectos ARCH.

3.2 MODELOS GARCH (p, q)

Los modelos ARCH proporcionaron un marco para el análisis y desarrollo de modelos de volatilidad de series de tiempo. Sin embargo, los modelos ARCH en sí mismos rara vez se han utilizado en la última década o más, ya que traen consigo una serie de dificultades (Brooks, 2008: 391). Principalmente, existe discrepancia acerca de cómo obtener el valor de q , el número de rezagos de los residuos cuadrados para el modelo. Y aun suponiendo que este no es un problema, resulta que generalmente el valor q es demasiado grande, lo cual deriva en un modelo de varianza condicional que rompe con el principio de parsimonia.

Una manera de superar los problemas generados de los modelos ARCH fue propuesta por Bollerslev (1986), quien extendió el trabajo propuesto por Engle, de modo que la varianza condicional se comportara siguiendo un proceso ARMA:

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t}$$

Donde $\sigma_v^2=1$ y

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

Por lo tanto, la varianza condicional de ε_t es el proceso ARMA descrito por la expresión de h_t . Lo cual hace que usando el modelo generalizado de ARCH, llamado GARCH, sea posible interpretar la varianza condicional actual, h_t , como una función ponderada de un valor promedio a largo plazo (dependiente de α_0), información sobre la volatilidad durante el período anterior ($\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$) y la varianza condicional del modelo durante el período anterior ($\beta_1 h_{t-1}^2$) (Brooks, 2008: 392). Aunque, es posible que sea necesario usar p términos rezagados del término de error al cuadrado y q términos de las varianzas condicionales rezagadas.

Los beneficios del modelo GARCH deben ser claros; el hecho de que un modelo ARCH de alto orden pueda tener una representación GARCH más parsimoniosa hace que sea más sencillo de identificar y estimar. Debido a que un modelo de este tipo implicaría recurrir a menos restricciones en los coeficientes, lo cual facilita la tarea de asegurar que la varianza sea finita, es decir, que todas las raíces características obtenidas de la expresión de h_t cumplan con las condiciones de estabilidad lo cual evita un comportamiento explosivo.

$$\alpha_1 + \beta_1 < 1$$

jPor ejemplo, en la ecuación anterior para un modelo GARCH (1,1) al validar que la suma del valor del coeficiente de α_0 más el coeficiente β_1 son menores a 1 se garantiza el cumplimiento de las condiciones de estabilidad.

3.3 EXTENSIÓN DE LOS MODELOS GARCH

Con la generalización de los modelos ARCH se presentaron ciertos beneficios, sin embargo, estos nuevos modelos también presentaron algunos problemas, los cuales fueron percibidos a partir de los modelos GARCH (p, q) estándar.

Se identificaron principalmente tres problemas, primero, las condiciones de no negatividad pueden ser violadas por la estimación del modelo. La única manera de evitar esto es colocar artificialmente restricciones en los coeficientes del modelo para obligarlos a ser no negativos. En segundo lugar, los modelos GARCH no pueden explicar los efectos de apalancamiento -que se mencionaron, los cuales son una característica importante de las series de tiempo financieras- aunque pueden dar cuenta de la agrupación de volatilidad y leptocurtosis en una serie. Finalmente, el modelo no permite ninguna retroalimentación directa entre la varianza condicional y la media condicional (Brooks, 2008: 404).

Para dar solución a estos problemas se crearon algunas modificaciones al modelo básico GARCH (p, q), la cuales ayudaron a eliminar las restricciones o limitaciones de dicho modelo. Para el caso de explicar los efectos apalancamiento se han implementado distintos modelos, GJR GARCH y EGARCH, mientras que para posibilitar una retroalimentación entre la varianza y la media condicional se creó un modelo conocido como GARCH-M.

3.3.1 MODELOS GARCH ASIMÉTRICOS

Hasta ahora los modelos GARCH han ignorado la información sobre la dirección de las respuestas, es decir, imponen una simetría en los choques positivos y negativos de la volatilidad. Sin embargo, se ha argumentado que un impacto negativo en las series de tiempo financieras es

probable que provoque un aumento de la volatilidad en más de un impacto positivo de la misma magnitud (Brooks, 2008: 404).

Es necesario identificar la presencia de simetría o asimetría de los choques para de este modo reconocer que modelo deberá ser utilizado. Engle y Ng (1993) propusieron pruebas conocidas como sesgo de signo y de tamaño, las cuales pueden ser aplicadas de manera individual o conjunta. Esta prueba se aplica a los residuos del modelo GARCH (p, q) .

Primero es necesario extraer los residuos que fueron generados a partir del modelo GARCH, los cuales serán denominados como \hat{u}_t . A partir de estos se construye una variable dummy, S_{t-1}^- , que toma el valor 1 si $\hat{u}_{t-1} < 0$ y en cualquier otro caso tomara el valor de 0.

Para entender individualmente la prueba de signo debe plantearse la siguiente ecuación:

$$\hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + v_t$$

donde v_t es un término de error. En este caso, si los choques negativos y positivos impactaran de manera diferente, entonces ϕ_1 será estadísticamente significativo.

Ahora para saber si el tamaño o magnitud del choque afecta de manera asimétrica la respuesta de la volatilidad es necesario aplicar la prueba de sesgo de tamaño que está diseñada a partir de:

$$\hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- u_{t-1} + v_t$$

donde S_{t-1}^- es usada ahora como una variable ficticia que al multiplicarse por el término de error estocástico rezagado un periodo u_{t-1} captura la pendiente de los choques menores a 0, es decir, mide el tamaño negativo de los choques. En este caso si ϕ_1 es estadísticamente significativo se afirma que el sesgo de tamaño negativo está presente.

En caso de requerir realizar la prueba conjunta será necesario partir de la ecuación:

$$\hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + \phi_2 S_{t-1}^- u_{t-1} + \phi_3 S_{t-1}^+ u_{t-1} + v_t$$

que podría entenderse como un conjunto de ambas pruebas, pero incluyendo además otra variable ficticia que en este caso capture la pendiente positiva, entonces deberá definirse $S_{t-1}^+ = 1 - S_{t-1}^-$. En esta prueba ϕ_1 indica la presencia de sesgo de signo, mientras que ϕ_2 o ϕ_3 sugiere la presencia de un sesgo de tamaño, donde no solo es importante el signo sino también la magnitud del choque. Si $\phi_2 + \phi_3 < 0$, será un indicador de que impacta más el tamaño de los choques negativos que de los positivos y viceversa.

Un estadístico de prueba conjunta se formula de forma estándar al calcular $N \cdot R^2$ a partir de la regresión dada para esta prueba, que seguirá asintóticamente una distribución χ^2 con 3 grados de libertad bajo la hipótesis nula de ausencia de efectos asimétricos (Brooks, 2008: 409).

3.3.1.1 MODELO GJR GARCH

Esos modelos son llamados así en honor a sus autores, Glosten et al. (1993), quienes realizaron una pequeña extensión de GARCH con la cual permiten tener en cuenta las asimetrías, que pudieron ser encontradas a través de la prueba de Engle y Ng.

La varianza condicional para los modelos GJR GARCH está dada por:

$$\hat{h}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \beta_1 \hat{h}_{t-1} + \lambda \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 I_{t-1}$$

donde la variable ficticia I_{t-1} captura el signo de los choques de los errores extraídos del modelo de la media condicional, es decir, se asigna $I_{t-1} = 1$ cuando $\varepsilon_{t-1} < 0$, en caso contrario toma el valor de 0. Por lo tanto, el término adicional λ capturarán los efectos de los choques tanto positivos como negativos, indicando cuál de ellos tiene un mayor impacto.

Si $\lambda < 0$, se prueba que los choques positivos tienen mayor efecto sobre la volatilidad que los choques negativos. Esto se debe a que cuando el signo de ε_{t-1} es negativo, entonces, I_{t-1} tomará el valor de 1, por lo tanto, el efecto de dicho impacto en la volatilidad se encuentra a través de

$(\alpha_1 + \lambda)$. Pero si ε_{t-1} fuera positivo la variable dummy tendrá el valor de 0, y en este caso el la volatilidad sería afectada solo por el coeficiente α_1 .

Para estos modelos las condiciones de no negatividad quedan de este modo, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 > 0$, $\beta_1 \geq 0$ y $\alpha_1 + \lambda \geq 0$. Se acepta que el coeficiente λ sea negativo, siempre y cuando al sumarse con α_1 se cumpla la condición anterior.

3.3.1.2 MODELO EGARCH

Otro modelo de este tipo es el propuesto por Nelson (1991), quien propuso el modelo GARCH exponencial, mejor conocido como EGARCH, el cual además de medir el efecto asimétrico de los choques permite eliminar las restricciones de no negatividad en el modelo.

Debido a que la ecuación de la varianza condicional es de la forma conocida como log-lineal, el valor de h_t nunca puede ser negativo, por tal motivo, es permitido que los coeficientes del modelo sean negativos, sin que esto afecte a h_t . La especificación de la ecuación de la varianza condicional está dada por

$$\ln(\hat{h}_t) = \omega + \beta \ln(\hat{h}_{t-1}) + \lambda \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\hat{h}_{t-1}}} + \alpha \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\hat{h}_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right]$$

Este modelo permite una interpretación más natural del tamaño y la persistencia de los impactos, ya que se usa un valor estandarizado de ε_{t-1} (al ser dividido entre la raíz cuadrada de h_{t-1}), permitiendo así medir las asimetrías. Si este valor estandarizado es positivo, el efecto del choque en el logaritmo de la varianza condicional es $\lambda + \alpha$. Mientras que si es negativo, el efecto del choque sobre el logaritmo de la varianza condicional es $-\lambda + \alpha$. Como conclusión, si la relación entre la volatilidad y el choque es negativa, entonces, λ será negativa.

En la idea original propuesta por Nelson se asumió que los errores seguían una estructura de distribución de errores generalizada, que es una familia muy amplia de distribuciones que pueden ser usadas para muchos tipos de series de tiempo. Pero por cuestiones de facilidad, tanto

computacional como interpretativa, la gran mayoría de las aplicaciones de modelos EGARCH emplean errores condicionalmente normales.

Los modelos EGARCH presentan ciertas ventajas, pero en la práctica resulta difícil realizar un pronóstico de la varianza condicional a través de un modelo de este tipo, es por ello que cuando se requiere de modelos asimétricos son más recurridos los GJR GARCH.

3.3.2 MODELO M-GARCH

Engle et al. (1987) ampliaron el GARCH estándar para permitir que la media condicional de una serie de tiempo dependa también de su propia varianza condicional, en otras palabras para aceptar que exista un efecto de retroalimentación entre ambas. Estos modelos han sido mayormente utilizados en finanzas ya que admiten suponer que los inversionistas deben ser recompensados por asumir un riesgo adicional obteniendo un mayor rendimiento, para modelar este concepto se debe pensar que la devolución de un valor pueda ser determinado por su riesgo, que es capturado a través de la varianza condicional e incluido en la media. El modelo propuesto con este fin es conocido como GARCH-M o GARCH en media, el cual viene dado por la especificación

$$\begin{aligned} \gamma_t &= \mu + \delta h_t + \varepsilon_t, & \varepsilon_t &\sim N(0, \sigma_t^2) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \end{aligned}$$

Estas ecuaciones representan un modelo simple GARCH (1,1)-M, en donde la media condicional está representada por una constante μ pero además, incluye el parámetro δ que representa la prima de riesgo, esto es así porque si este coeficiente es positivo y significativo, entonces el riesgo aumenta lo que conlleva a un incremento en el rendimiento medio.

De manera más general, podría pensarse incluso que funciona como una prueba de causalidad, la cual puede ser unidireccional o bidireccional, ya que también es posible que la ecuación de la varianza condicional tenga incorporados rezagos de la serie de tiempo γ_t , lo que permite una estimación y prueba simultánea de la causalidad entre la serie y la varianza asociada.

3.4 MODELOS HÍBRIDOS

Esencialmente, los modelos GARCH son útiles porque se pueden usar para modelar la volatilidad de una serie a lo largo del tiempo. Es posible combinar juntos más de uno de los modelos de series temporales que se han considerado hasta ahora, para obtener modelos híbridos más complejos (Brooks, 2008: 411).

Es importante identificar las características que componen a una serie de tiempo para de este modo determinar de manera correcta el modelo que logre explicar todas estas características al mismo tiempo. Por ejemplo, la ecuación de la media condicional, la cual describe el comportamiento de la variable γ_t en el tiempo, puede ser estimada a través de casi cualquier modelo, siempre y cuando este se ajuste lo más posible a la realidad. Comúnmente las series de tiempo financieras pueden modelarse a través de la metodología Box Jenkins, es decir, con modelos ARIMA o SARIMA, cuya diferencia más clara es la presencia o no de un componente estacional el cual ya fue descrito anteriormente. Si se detecta en este modelo la presencia de volatilidad heteroscedástica es imprescindible sumar a este un GARCH, pero es necesario reconocer y definir el modelo correcto para la varianza.

Puede suceder que una variable sea explicada correctamente a través de un modelo ARMA-GJR GARCH (1,1) – M. De este modo la complejidad potencial de cualquier modelo sólo quedará limitada por el mismo investigador.

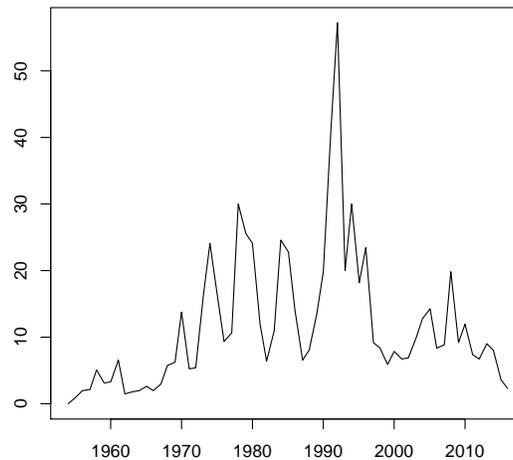
3.4.1 MODELOS ARMA-GARCH

Suponga que se desea explicar una serie de tiempo que se sabe contiene datos anuales, denominada como γ_t , y ha sido tratada a través de algunas transformaciones matemáticas para garantizar con ello que presente un comportamiento estacionario (Figura 9) y que además, debido a la naturaleza de los datos no presenta un componente estacional.

Sabiendo esto, es posible proceder a la estimación de un modelo que capture de manera correcta la media, para lo cual a través de la metodología Box Jenkins se determina que este modelo debe ser un ARMA (2,1) que es presentado en la siguiente ecuación:

$$\gamma_t = \alpha_0 + \alpha_1\gamma_{t-1} + \alpha_2\gamma_{t-2} + \beta_1\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Figura 9. Comportamiento de la variable

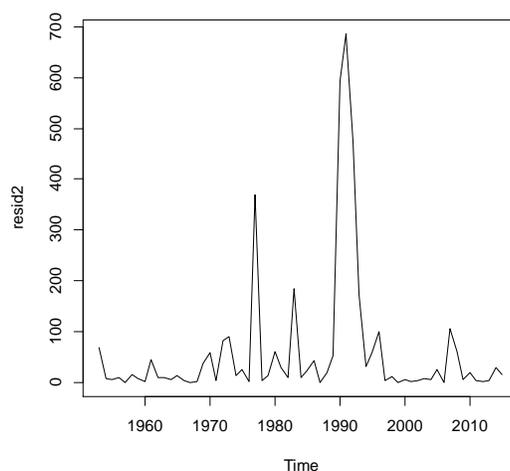


Fuente: Elaboración propia

Ahora, a partir de este modelo deberán ser extraídos los residuos obtenidos, es decir ε_t , para realizar la prueba de la existencia de un efecto GARCH, que visualmente se identifica cuando se grafica ε_t^2 (Figura 10), con lo cual se procede a calibrar un modelo que capture correctamente la heteroscedasticidad que se presenta. Para este caso con un GARCH (1,1) es posible cumplir con esta tarea

$$h_t = \delta_0 + \delta_1\varepsilon_{t-1}^2 + \zeta_1 h_{t-1}$$

Figura 10. Prueba de efectos GARCH



Fuente: Elaboración propia

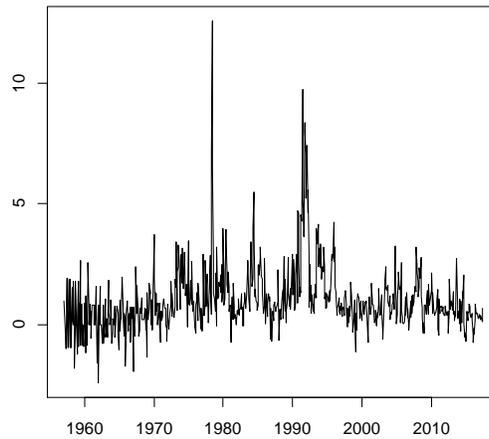
Es de este modo que se obtiene un modelo híbrido, es decir, la media de la varianza está construida a través de un proceso ARMA que es complementado, porque la serie así lo requiere, con un GARCH. En resumen, la serie puede ser explicada a través de un modelo ARMA (2, 1) + GARCH (1, 1).

3.4.2 MODELOS SARMA-GARCH

Considere ahora que se tiene la misma serie de tiempo (Figura 11), pero para este caso se encuentra compuesta por datos con una periodicidad mensual, al igual que la anterior, ha sido transformada matemáticamente con lo cual ha sido posible eliminar la tendencia que se encontraba presente en la variable en nivel pero no así el componente estacional, por tal motivo será necesario modelarlo. Para lograr capturar correctamente estas características que han sido encontradas será forzoso recurrir a los modelos conocidos como SARMA, que se consideran dentro de la misma metodología Box Jenkins.

Una vez determinados los parámetros que deben ser considerados en este modelo, se sabe que deberá ser estimado un SARMA (1,3) (2,1), que puede ser representado como:

Figura 11. Movimiento de la variable

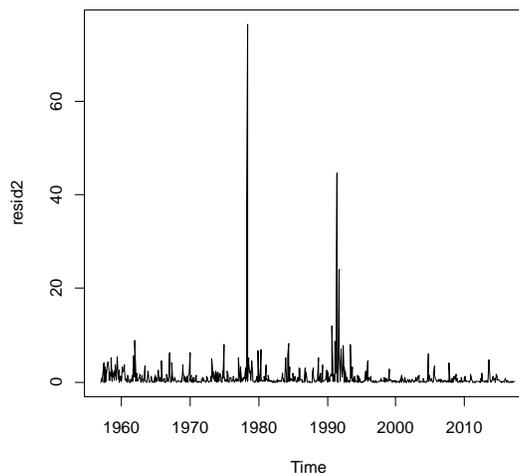


Fuente: Elaboración propia

$$\gamma_t = \alpha_0 + \alpha_1\gamma_{t-1} + \alpha_2\gamma_{t-12} + \alpha_3\gamma_{t-24} + \beta_1\varepsilon_{t-1} + \beta_2\varepsilon_{t-2} + \beta_3\varepsilon_{t-3} + \beta_4\varepsilon_{t-12} + \varepsilon_t$$

En este punto es importante reconocer si existe la presencia de efectos GARCH porque de ser así se tendrá que complementar dicho modelo con uno que capture esta nueva característica que ha sido encontrada. Para esto se realizan las pruebas que fueron mencionadas anteriormente, iniciando con una identificación visual del término de error cuadrático (Figura 12) donde puede verse claramente estos efectos o no, pero no debe

Figura 12. Identificación de efectos GARCH



Fuente: Elaboración propia

olvidarse que es necesario confirmar esta información con pruebas formales.

Ya con estas pruebas se ha determinado que la mejor manera de capturar estos efectos en la serie es a través de un GARCH (1, 1). Por tal motivo al final se obtendrá que la mejor manera de explicar el comportamiento de esta serie de tiempo es a través de un nuevo modelo híbrido que debe ser creado con un SARMA (1,3) (2,1) + GARCH (1, 1).

3.5 ESTIMACIÓN MEDIANTE CUASI MÁXIMA VEROSIMILITUD

Una vez que se ha determinado el modelo de la familia GARCH que será utilizado es necesario conocer cómo debe ser estimado este. Muchos paquetes de software contienen programas que han facilitado enormemente esta situación, sin embargo, resulta importante comprender el procedimiento algebraico que se encuentra detrás del proceso que realiza automáticamente el programa.

Para simplificar la explicación de los métodos de máxima verosimilitud se considera el caso en que los valores de ε_t siguen una distribución normal, con media cero y varianza constante σ^2 (es decir, no existe la presencia de efectos GARCH). Basados en la teoría de la distribución estándar, se tiene que la probabilidad de la realización de cualquier ε_t es

$$L_t = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \right) \exp\left(\frac{-\varepsilon_t^2}{2\sigma^2} \right)$$

donde L_t es la probabilidad de ε_t .

Pero debido a que las realizaciones de ε_t son independientes entre sí, la probabilidad de las realizaciones conjuntas de $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_t$, es el resultado del producto de las probabilidades individuales, para el caso en que todas tengan la misma varianza, esta probabilidad es

$$L = \sum_{t=1}^T \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \right) \exp\left(\frac{-\varepsilon_t^2}{2\sigma^2} \right) \quad (1)$$

Resulta más sencillo trabajar con una suma, por tal motivo es conveniente tomar el registro natural de cada lado con el fin de obtener

$$\ln L = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (\varepsilon_t)^2$$

Suponiendo que ε_t se genera a partir del modelo $\varepsilon_t = \gamma_t - \beta\chi_t$ es posible obtener la función de verosimilitud logarítmica sustituyendo esto en la ecuación anterior. Ahora resulta necesario maximizarla con respecto a los rendimientos σ^2 y β , es decir,

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} = -\frac{T}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{t=1}^T (\gamma_t - \beta\chi_t)^2$$

y

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T (\gamma_t\chi_t - \beta\chi_t^2)$$

Al establecer estas derivadas parciales e igualarlas a cero es posible resolver los valores de σ^2 y β , los cuales obtenidos a partir de este método generan estimaciones muy familiares de MCO para la varianza y β .

$$\hat{\sigma}^2 = \sum \frac{\varepsilon_t^2}{T}$$

y

$$\hat{\beta} = \frac{\sum \chi_t \gamma_t}{\sum \chi_t^2}$$

Cuando se trabaja con condiciones de primer orden es posible resolver fácilmente la estimación de máxima verosimilitud ya que todas son lineales, sin embargo, cuando se trata de estimar un modelo ARCH o GARCH esto se complica debido a que las ecuaciones de primer orden ya no

son lineales. Para explicar sencillamente esta nueva situación, suponga que se introduce un proceso ARCH (1), por lo cual

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t}$$

lo que es igual a

$$\varepsilon_t = v_t (h_t)^{0.5}$$

En este caso, debido a que cada realización de ε_t tiene una varianza condicional h_t , es decir, su varianza no es constante resulta necesario generar una pequeña modificación a la función de verosimilitud (ecuación 1) para obtener la probabilidad conjunta de realización de $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_t$,

$$L = \prod_{t=1}^T \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi h_t}} \right) \exp \left(\frac{-\varepsilon_t^2}{2h_t} \right)$$

para que el logaritmo de máxima verosimilitud sea

$$\ln L = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - 0.5 \sum_{t=1}^T \ln h_t - 0.5 \sum_{t=1}^T \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right)$$

Si $\varepsilon_t = \gamma_t - \beta \chi_t$ y la varianza condicional es $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$, una vez sustituido se tiene

$$\ln L = -\frac{T-1}{2} \ln(2\pi) - 0.5 \sum_{t=1}^T \ln(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[\frac{(\gamma_t - \beta \chi_t)^2}{(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)} \right]$$

Una vez que se realiza esta sustitución es posible maximizar $\ln L$ con respecto a α_0 , α_1 y β . Como puede suponer, no hay soluciones analíticas para las condiciones de primer orden para un máximo. Afortunadamente, las computadoras pueden seleccionar los valores de los parámetros que maximizan esta función de verosimilitud de log. En la mayoría de los paquetes de software

de series de tiempo, el procedimiento necesario para escribir tales rutinas es simple (Enders, 2015: 154).

A modo de resumen, la labor de determinar cómo se comporta una variable en función de otras ha llevado a que desde hace muchos años se generen importantes investigaciones que han traído consigo nuevos métodos de estimación, cada uno de los cuales capturan características distintas de la variable dependiente. Los modelos ARIMA abren la posibilidad de poder explicar una serie de tiempo a través de variables rezagadas de esta misma, a partir de estos modelos y considerando las características de las series financieras es que surgen los modelos ARCH que reconocen que la volatilidad se encuentra presente en la mayoría de las variables de este tipo, lo que conlleva a un fenómeno conocido como heteroscedasticidad que puede ser modelado con una estructura autorregresiva.

Estos modelos fueron complementados dando paso a los modelos GARCH que consideran que la varianza puede ser explicada con una estructura similar a un proceso ARMA. Las investigaciones continúan dando paso a una serie de implementaciones realizadas a estos modelos, generando así toda una familia de modelos GARCH que incluyen asimétricos GARCH, GJR GARCH, EGARCH y M-GARCH. Además, se ha aclarado que el uso de un modelo no excluye la estimación de otro, es así como nacen los modelos híbridos, que pueden tener muchas combinaciones que se adapten correctamente a la conducta de las variables, pero su utilización debe hacerse a conciencia y de manera correcta, para que el ajuste real sea bueno, sin olvidarse en todo momento seguir el principio de parsimonia.

Finalmente, se presenta un método para estimar los parámetros del modelo que haya sido elegido como el que mejor. A través de la estimación mediante cuasi máxima verosimilitud se obtienen los valores de los parámetros α_i y β_j que maximicen la función, por último, se genera la sustitución de estos parámetros obtenido en el modelo estimado para así tener la opción de generar una predicción.

CAPITULO 4. ESTIMACIÓN EMPÍRICA DE LA RELACIÓN INFLACIÓN E INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA PARA LAS ECONOMÍAS LATINOAMERICANAS

En los capítulos anteriores se ha presentado la teoría más relevante sobre la relación entre la inflación y su incertidumbre inflacionaria, las afectaciones que esta trae a las economías y los trabajos de muchos investigadores que han invertido largos años de estudio en encontrar el mejor método para predecirla y de este modo apoyar a los países a cumplir su mandato de velar por la estabilidad de los precios. Del mismo modo, se mostraron distintos casos empíricos de la relación entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria, donde después de revisarlos no existe información conclusiva sobre la dirección de causalidad de estas, lo cual deja abierto el debate de este tema.

Por esta razón, en este capítulo se desarrolla un modelo econométrico que permita la estimación empírica para siete economías Latinoamericanas, para las cuales se generan uno a uno los modelos que se presentaron en el capítulo tres con la finalidad de determinar cómo funciona la dirección de causalidad de la inflación y la incertidumbre inflacionaria. Además, a través de los modelos híbridos se incluye como un choque externo la adopción de la política de metas de inflación, se considera también la manera en que se comportan los bancos derivada de la independencia que tienen. También, gracias a la familia de modelos GARCH se consideran los efectos asimétricos de los choques negativos y positivos de la varianza. Para finalmente, generar una conclusión acerca del comportamiento de esta variable en las economías del continente Americano seleccionados.

4.1 HIPÓTESIS SOBRE LA RELACIÓN DE CAUSALIDAD DE LA INFLACIÓN Y LA INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA

La importancia de estudiar la dinámica de la relación entre el fenómeno económico conocido como inflación y la incertidumbre generada a partir de esta radica en el hecho de que a los BC's se les ha encomendado como objetivo prioritario el procurar que exista estabilidad en el poder adquisitivo de la moneda nacional.

Para así evitar los costos, económicos y sociales, que trae consigo una elevada inflación, dichos costos han sido expuestos anteriormente, en el apartado 1.1 del primer capítulo.

Con el fin de lograr cumplir con su mandato los BC's a través de los años han optado por implementar distintos marcos de política monetaria, sin embargo, en épocas recientes algunos países emergentes, entre ellos economías Latinoamericanas, impulsados por la experiencia de países como Nueva Zelanda, Canadá e Inglaterra decidieron implementar el régimen conocido como MI. Según el Fondo Monetario Internacional (FMI) para que este esquema pueda ser establecido es necesario cumplir con algunas condiciones previas tales como contar con una institución central que sea independiente, una infraestructura técnica desarrollada y también contar con un sistema financiero sano.

Una vez que se logre asegurar que estos requisitos se han cumplido es posible aplicar dicho régimen y para su buen funcionamiento será indispensable tener en cuenta dos factores fundamentales. Primero, apoyarse por la existencia de una alta transparencia, es decir, se deben hacer públicos los objetivos que han sido planteados para de este modo anclar las expectativas de inflación y segundo, se deben rendir cuentas para que quien se encuentre interesado pueda identificar si el objetivo que se planteo fue cumplido.

Sin embargo, existen países que han decidido tomar otro camino y elegir una política distinta obteniendo resultados favorables y en cierta medida similares a los de los países con metas de inflación. Esta situación da pie a que las instituciones centrales se pregunten si es realmente el uso de esta última política es la clave para propiciar una disminución en la inflación. Para comprender los alcances reales de este régimen es necesario comenzar por generar un análisis de la inflación.

Retomando los estudios que se presentan en el primer capítulo para conocer la dirección y el impacto que se tiene entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria, a través del Cuadro 15 se resumen los argumentos establecidos por Friedman (1977), Pourgerami y Maskus (1987), Cukierman y Meltzer (1986) y Holland (1995), Grier y Perry (1998), las cuales son consideradas como las hipótesis centrales de la investigación.

CUADRO 15. Resumen de las relaciones de causalidad

		Incertidumbre Inflacionaria	
		(+)	(-)
Inflación	(+)	\rightarrow Friedman y Ball <hr/> \leftarrow Cukierman y Meltzer	\rightarrow Pourgerami y Maskus
	(-)		\leftarrow Holland y Grier & Perry

Fuente: Elaboración propia

Los estudios realizados en este sentido no han mostrado información que sea conclusiva hacia ninguna de las propuestas anteriores, lo cual deja abierta la discusión sobre el comportamiento que tendrán estas variables en las distintas economías.

4.2 INFORMACIÓN SOBRE LOS DATOS

En julio de 1944 se llevó a cabo una conferencia de las Naciones Unidas en donde se planteó la idea de crear un organismo que tuviera como principal objetivo promover tanto la estabilidad financiera como la cooperación monetaria de manera internacional. Este es conocido como FMI y es administrado por 189 países a los cuales les rinden cuentas.

Para lograr cumplir con su objetivo el FMI está pendiente de las políticas económicas aplicadas, la situación económica y financiera nacional, regional y mundial, todo esto a través de un sistema formal de supervisión.

La principal publicación estadística del FMI es generada a través del Sistema Financiero Internacional (IFS, por sus siglas en inglés), el cual informa datos mensuales, trimestrales y anuales de más de 2,000 variables para la mayoría de los países que son miembros del fondo. El acceso a esta información es posible a través de un CD-ROM e internet, pero actualmente existen otras alternativas más prácticas y además gratuitas de obtener cualquier estadística emitida por el IFS, por ejemplo es admisible que a través de un script ejecutado con el software conocido como R se extraigan la o las variables necesarias, y para esto solo es indispensable

reconocer la clave que identifica a la variable y al país de donde se requiere la información, en esta ocasión la variable a obtener es el INPC.

Los índices mostrados para los Precios al Consumidor son los indicadores de inflación utilizados con mayor frecuencia y reflejan los cambios en el costo de adquisición de una canasta fija de bienes y servicios por parte del consumidor promedio (International Monetary Fund: International Financial Statistics, 2010: 13), para lograr obtener la inflación a partir

CUADRO 16. Resumen de la extracción de datos a través de R

Fuente de donde se extrajo	Clave de variable	Clave del país	Periodo	Periodicidad
IFS (Sistema Financiero Internacional)	PCPI_IX (Índice de Precios al Consumidor)	BO (Bolivia)	1960M01-2017M12	Mensual
		CO (Colombia)	1960M01-2018M01	Mensual
		EC (Ecuador)	1960M01-2018M01	Mensual
		MX (México)	1960M01-2018M01	Mensual
		PY (Paraguay)	1960M01-2017M12	Mensual
		PE (Perú)	1960M01-2018M01	Mensual
		UY (Uruguay)	1960M01-2018M01	Mensual

Fuente: Elaboración propia

del INPC es necesario aplicar una serie de transformaciones matemáticas, es decir, generando la primer diferencia logarítmica de este índice es que se obtiene una aproximación correcta de la inflación.

$$\pi_t = (\ln IPC_t - \ln IPC_{t-1}) \cdot 100$$

Para el caso de estudio fue necesario delimitar la muestra filtrando los países con base en la información que se encontraba disponible sobre el periodo y periodicidad con el fin de que la muestra se encuentre equilibrada. Por tal motivo se buscó el periodo más amplio y la periodicidad más frecuente para que así fuera posible observar el comportamiento real que ha tenido la inflación a lo largo del tiempo ya que se encuentran presentes periodos tanto de alta como de baja inflación

Pero además teniendo información amplia es más fácil capturar los cambios estructurales que se han presentado y en este caso ha sido posible introducir una variable dummy que indique la adopción del régimen de metas de inflación para determinar si su aplicación ha tenido un impacto importante. Y con una periodicidad menor al año se localiza la presencia de un componente estacional que debe ser modelado.

Debido a lo anterior la muestra queda limitada a siete países Latinoamericanos los cuales son Bolivia, Colombia, Ecuador, México, Paraguay, Perú y Uruguay, para los que se obtuvo información mensual que abarca de 1960M01 a 2018M01, sin embargo, es necesario mencionar que para el caso de Bolivia y Paraguay se cuenta con una observación menos ya que los datos cortan en el último mes de 2017.

4.3 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LA INFLACIÓN EN LATINOAMÉRICA

A partir de la variable inflación, anteriormente denominada como π_t , se presenta el Cuadro 17 el cual contiene un resumen de los parámetros estadísticos incluyendo los resultados sobre la media, la desviación estándar, el sesgo, la curtosis y la prueba de normalidad Jarque Bera²⁰.

Si bien es cierto que en todas las economías se logra identificar que los datos se encuentran

²⁰ La prueba de normalidad conocida como Jarque Bera es una prueba asintótica, es decir para muestras grandes, la manera de calcular el estadístico de prueba es la siguiente: $JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24} \right]$, en donde n = tamaño de la muestra, S = coeficiente de asimetría y K = coeficiente de curtosis. Para esta prueba la hipótesis nula afirma que los residuos están normalmente distribuidos.

dispersos alrededor de la media. Es necesario saber que mientras mayor sea el valor de la desviación estándar mayor será la dispersión. Por otro lado, el coeficiente de curtosis tiene un comportamiento que llama bastante la atención, ya que en todos los casos supera el valor de tres por tal motivo se cae en un grado de curtosis conocido como leptocurtosis, lo cual es una característica esencial de series de tiempo que presentan una varianza heteroscedástica. En cuanto a la prueba de normalidad realizada los estadísticos de prueba indican que los residuos se encuentran normalmente distribuidos.

CUADRO 17. Parámetros estadísticos

PAIS	Media	Des. Est.	Sesgo	Curtosis	Jarque–Bera
BOLIVIA	2.262755	7.710977	6.766519	63.49307	111274
COLOMBIA	1.118995	1.038592	1.079964	4.957999	246.4723
ECUADOR	1.332859	1.798409	1.991379	10.22104	1972.167
MÉXICO	1.335300	1.887876	2.640917	12.29601	3315.096
PARAGUAY	0.850433	1.592275	1.708456	12.60141	3007.68
PERÚ	3.140533	8.810229	10.14144	156.9714	699439
URUGUAY	2.563266	2.709844	1.812494	8.523027	1265.687

Fuente: Elaboración propia

Las características encontradas anteriormente dan pie a que se lleve a cabo un nuevo análisis, para el cual será necesario, en primera instancia, recurrir al diagrama de la metodología BJ ya que esta permitirá que se obtenga un modelo para la media que se ajuste correctamente al comportamiento de la variable. Sin embargo, tomando en cuenta la información obtenida hasta el momento respecto a la varianza resulta fundamental complementar este modelo con uno que logre capturar dicha particularidad.

4.3.1 RESULTADOS DE LA PRUEBA DE RAÍZ

Inicialmente deberá determinarse si la inflación es estacionaria, siendo este el primer paso en la identificación del modelo. Para llevar a cabo esta labor será necesario retomar las pruebas de raíz unitaria que ya han sido explicadas con anticipación.

Es importante recordar que la inflación ha sido definida como una transformación matemática derivada del INPC, por tal motivo es posible inferir a través del conocimiento a priori que se tiene y de un análisis visual (Anexo 1) que la variable en niveles, es decir el IPC, presenta un comportamiento no estacionario ya que en las gráficas de las siete economías se aprecia una clara tendencia. Sin embargo, para corroborar esta información se han aplicado distintas pruebas de raíz unitaria cuyos resultados se resumen en el Cuadro 18.

CUADRO 18. Pruebas de raíz unitaria de la serie en niveles

PAIS	ADF		KPSS		breaks en const		breaks en c y t	
	CONST	C Y T	CONST	C Y T	Model A		Model B	
					t-stat	break dates	t-stat	break dates
BOLIVIA	-1.071	-1.502	2.800***	0.412***	-7.660***	1983M06	-8.336***	1983M07
COLOMBIA	-1.842	-0.177	3.106***	0.558***	-1.137	2003M04	-3.649	1989M12
ECUADOR	-0.765	-1.595	3.088***	0.396***	-3.571	1987M10	-2.567	1997M12
MEXICO	-0.782	-0.948	3.022***	0.429***	-4.678*	1981M12	-4.750	1981M12
PARAGUAY	-0.583	-0.152	3.116***	0.381***	-3.811	1984M05	-3.243	2001M10
PERU	-0.861	-1.215	2.909***	0.365***	-5.493***	1987M11	-7.705***	1988M06
URUGUAY	-2.418	0.192	3.029***	0.696***	-1.561	2002M09	-5.162*	1990M01

* , ** , *** indica el rechazo de la hipótesis nula de raíz unitaria al 10%, 5% y 1% de nivel de significancia, respectivamente

Fuente: Elaboración propia

Ha sido necesario realizar tres pruebas distintas para asegurar que la información obtenida es correcta, inicialmente en la columna dos y tres se presenta los resultados para la prueba ADF con dos distintas naturalezas, con constante y con constante y tendencia respectivamente, en ambos casos y para todos los países, se cae en la región de aceptación de la hipótesis nula, es decir, el IPC de todas las economías no es estacionario.

En las siguientes columnas, cuatro y cinco, se informa los valores estadísticos que se obtuvieron de la prueba KPSS la cual también se realizó considerando las mismas formas, en las dos situaciones se indica el rechazo de la hipótesis nula a un nivel de significancia del 1% para todos los países del estudio, lo cual afirma nuevamente que las series en nivel presentan una memoria larga. A través de la prueba ADF y KPSS se ha confirmado lo que se suponía, existe la presencia de una raíz unitaria en el INPC de todas las economías del estudio, sin embargo, ambas pruebas tiene un pequeño inconveniente pues no consideran que las variables están sujetas a cambios estructurales que pueden hacerlas parecer no estacionarias cuando realmente no es así.

Por tal motivo, en las columnas seis y ocho se llevó a cabo una prueba que EViews ofrece la cual considera únicamente un quiebre, es decir, una fecha en donde surgió algún cambio el cual se muestra del lado derecho de cada valor obtenido. Esta nueva prueba, al igual que las anteriores se realizó tomando en cuenta las mismas posibilidades, un intercepto y un intercepto y tendencia, determinados como modelo A y B respectivamente.

Es posible reafirmar que para tres economías se sigue presentando el patrón de una serie no estacionaria, por tal motivo no se rechaza la hipótesis nula. Sin embargo, para México resulta admisible aceptar con un nivel de significancia del 10% que la inflación presenta una memoria corta, o sea, ya es estacionaria pero únicamente considerando el modelo A. Lo mismo ocurre para Uruguay aunque se cumple solo si se toma en cuenta el modelo B. Mientras que para Bolivia y Perú también se rechaza la hipótesis nula en ambos casos y con un nivel mayor de significancia que es del 1%.

Aunque esta última prueba arroja información a favor de la hipótesis de estacionariedad para la series en niveles en cuatro de las siete economías, resulta necesario aplicar una transformación matemática para lograr que todas ellas cumplan con esta condición, pero también porque como ya se mencionó la serie del IPC no es realmente la variable que se desea estudiar sino más bien es la base para obtener la inflación. De este modo una vez que se lleve a cabo las transformaciones correctas para generar un estimado de la inflación será importante realizar nuevamente las pruebas de raíz unitaria anteriores con el fin de garantizar el comportamiento estacionario, los valores obtenidos son presentados en un cuadro con la misma estructura que el anterior para facilitar el entendimiento y hacer más claras las diferencias entre la serie del IPC y la inflación.

CUADRO 19. Pruebas de raíz unitaria de la serie transformada

PAIS					breaks en const		breaks en c y t	
	ADF		KPSS		Model A		Model B	
	CONST	C Y T	CONST	C Y T	t-stat	break dates	t-stat	break dates
BOLIVIA	-4.322***	-4.349***	0.231	0.188**	-7.581***	1985M02	-10.414***	1985M02
COLOMBIA	-2.428	-2.973	1.355***	0.743***	-4.711*	1972M12	-4.738	1972M12
ECUADOR	-2.790*	-2.768	0.566**	0.558***	-12.362***	2001M01	-12.910***	2000M04
MEXICO	-4.152***	-4.181***	0.513**	0.469***	-6.469***	1987M12	-12.186***	1988M01
PARAGUAY	-21.418***	-21.415***	0.603**	0.587***	-23.974***	1974M02	-24.014***	1974M02
PERU	-4.645***	-4.662***	0.328***	0.308***	-14.884***	1990M08	-16.529***	1990M08
URUGUAY	-3.590***	-4.413***	1.429	0.313***	-5.802***	1995M08	-5.907***	1990M09

*, **, *** indica el rechazo de la hipótesis nula de raíz unitaria al 10%, 5% y 1% de nivel de significancia, respectivamente

Fuente: Elaboración propia

En el Cuadro 19 han sido sintetizados los resultados conseguidos de la aplicación de las pruebas ADF, KPSS y la prueba con el cambio estructural. Es posible observar que en la primer prueba se acepta que existe un comportamiento estacionario al 1% de nivel de significancia para todas las economías a excepción de Colombia y Ecuador en donde no es posible asegurar esto ya que se sigue cayendo en la zona de aceptación de la hipótesis nula, sin embargo, en el caso de este último si únicamente se toma en cuenta la opción con constante se rechazara la hipótesis nula exclusivamente a un nivel del 10% de significancia.

Mientras que hablando de la prueba KPSS para la situación de un modelo con deriva y tendencia, el cual se muestra en la columna cinco, para Bolivia se puede afirmar que la serie presenta memoria corta. Empero, para el caso donde solo se incluye la deriva es posible aceptar la ausencia de raíz unitaria para Bolivia, Ecuador, México, Paraguay y Perú, a distintos niveles de significancia. Ahora bien, para la prueba final en ambos modelos y para todas las economías es posible aceptar el hecho de que la inflación es estacionaria, exceptuando a Colombia en el caso del modelo B donde no resulta factible garantizar este comportamiento, pues el valor estadístico obtenido cae en la región de aceptación de la hipótesis nula (raíz unitaria).

Aún a pesar de que para algunos países las tres pruebas realizadas no coinciden, eso no indica que se deba rechazar que esa serie sea estacionaria ya que si al menos una de todas ellas muestra evidencia a favor de la estacionariedad es casi seguro que esta esté presente como es el caso de Colombia²¹, además se puede realizar un nuevo análisis gráfico (Anexo 2), el cual si bien es

²¹ Para el caso Colombiano al realizar las pruebas de raíz unitaria a la inflación la información no es conclusiva ya que solo pudo ser considerada estacionaria cuando se llevó acabo la prueba que toma en cuenta el quiebre

muy básico es una buena manera de identificar el comportamiento estacionario de la inflación. En las gráficas de las siete economías ya no es clara una tendencia, el comportamiento es más parecido al de un ruido blanco (confirmando la presencia de estacionariedad) con algunos picos sobresalientes que deberán ser considerados más adelante.

Dentro de la identificación del modelo es necesario responder a otra interrogante: ¿la serie contiene un componente estacional?, para lo cual se cuenta con la premisa que indica que las series con una periodicidad menor a un año están ampliamente expuestas a presentar este fenómeno y en este caso los datos sobre la inflación han sido recolectados de manera mensual por tal motivo se considera que el modelo que deberá ser estimado para capturar la media es un SARIMA. Para garantizar de alguna manera que esta proposición es correcta e identificar formalmente la presencia de estacionalidad se hará uso de una herramienta principal, es decir, del correlograma (Anexo 3²²) que surgen a partir de la FACP para visualizar los momentos en que el componente llega a exhibirse. La presencia de dicho elemento queda garantizada al reconocer que existe un patrón que se repite cada cierto lapso.

4.3.2 ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS SARIMA

Ya que en el apartado anterior se ha establecido que la inflación de todas las economías tiene un comportamiento estacionario y además presenta un componente estacional resulta necesario obtener los valores para (p, q) (P, Q) los cuales definirán el modelo SARIMA que debe ser estimado.

Como se mencionó en la sección 2.5, la tarea de determinar los valores tentativos del modelo resulta bastante laboriosa, sin embargo, actualmente es posible facilitarla con el uso de un paquete estadístico, para este caso se optó por el uso de EViews ya que en sus versiones más recientes se ha incorporado la función *Automatic ARIMA Forecasting* la cual permite obtener de manera automática los valores más acertados y al mismo tiempo estima los coeficientes del

estructural y aunque de manera visual la información coincide para tener mayor certeza se le ha efectuado la prueba llamada Phillips-Perron considerando los mismos casos, con constante el valor estadístico obtenido es -10.407, mientras que con constante y tendencia es -11.328, siendo rechazada la hipótesis nula de no estacionariedad con un nivel del 1% de significancia en ambos casos, corroborando así el comportamiento estacionario de esta serie.

²² Ya que EViews permite generar de manera simultánea el correlograma obtenido de la función de autocorrelación simple y la función de autocorrelación parcial, en el anexo 3 se presentan ambos correlogramas para cada una de las economías.

modelo resultante. Por tal motivo, apoyados en esta herramienta y siguiendo la metodología BJ se han estimado de manera individual distintos modelos SARIMA que definen el comportamiento de la media para la inflación, la información obtenida es presentada en el Cuadro 20, en donde se muestran los estimadores obtenidos así como las pruebas de significancia a través del valor estadístico t y también el coeficiente de determinación.

A través del valor proporcionado por el R^2 , es posible identificar que en general la idea de basarse en la metodología BJ es correcta, ya que el valor de la inflación futura está fuertemente explicado por la estructura de un modelo de este tipo, es decir, por la inclusión de autorregresivos de la misma inflación y de la media móvil. El hecho de que este coeficiente sea relativamente alto indica una gran calidad en los modelos y por tal motivo garantiza que este sirva como base para entender el comportamiento medio de la inflación.

Es importante aclarar que a pesar de que en el caso de Paraguay este valor es bajo en comparación con los demás, eso no quiere decir que este modelo no posea las mismas cualidades es más bien un indicador de que sería necesario complementar este modelo o usar una metodología distinta, sin embargo, debido a las limitaciones propuestas para el estudio será necesario optar por la primera opción, es decir, para este (y en realidad todos los modelos) se complementara con alguna de las distintas familias de los modelos GARCH, esperando que con dicho aditamento este coeficiente incremente.

También es de resaltar que en tanto al estadístico de la prueba Durbin-Watson en los modelos para todas las economías se ha obtenido prácticamente el valor deseado de 2, el cual indica el rechazo de la presencia de autocorrelación. Por otra parte, para el estadístico t obtenido de manera individual para cada uno de los coeficientes estimados del modelo cabe destacar que aunque algunos no son estadísticamente significativos el hecho de que sean incluidos se debe a que en una prueba conjunta se define la significancia de estos y además es gracias a ellos que se obtuvieron los coeficientes de determinación más altos.

CUADRO 20. Estimación de los modelos de la media para la inflación

País	<i>Estimación SARIMA</i>							\bar{R}^2	DW	LLF
	$\pi_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^p \gamma_i \pi_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} + \sum_{i=1}^P \phi_i \pi_{t-is} + \sum_{j=1}^Q \delta_j \varepsilon_{t-js} + \varepsilon_t$									
Bolivia	$\pi_t = 0.515 \pi_{t-1} + 0.282 \pi_{t-4} + 0.084 \pi_{t-6} + 0.047 \pi_{t-7} - 0.010 \pi_{t-9} - 0.073 \varepsilon_{t-3} + 0.043 \varepsilon_{t-36} + \varepsilon_t$							0.616	1.966	-2072.72
	$t = (15.651) \quad (8.344) \quad (2.209) \quad (1.258) \quad (-0.333) \quad (-1.898) \quad (1.129)$									
Colombia	$\pi_t = 0.591 + 0.454 \pi_{t-1} + 0.070 \pi_{t-9} + 0.101 \pi_{t-11} + 0.155 \pi_{t-24} + 0.208 \pi_{t-36} + 0.063 \varepsilon_{t-1} + 0.079 \varepsilon_{t-12} + \varepsilon_t$							0.632	1.975	-668.760
	$t = (0.461) (10.567) \quad (2.472) \quad (2.921) \quad (4.824) \quad (6.416) \quad (1.146) \quad (1.943)$									
Ecuador	$\pi_t = 1.048 + 0.256 \pi_{t-1} + 0.120 \pi_{t-2} + 0.104 \pi_{t-3} + 0.092 \pi_{t-6} + 0.100 \pi_{t-9} + 0.129 \pi_{t-11} + 0.123 \pi_{t-36} + 0.054 \varepsilon_{t-1} + 0.067 \varepsilon_{t-2} + 0.060 \varepsilon_{t-12} + \varepsilon_t$							0.493	2.001	-1159.763
	$t = (1.470) (1.402) \quad (0.663) \quad (1.684) \quad (2.502) \quad (2.693) \quad (3.085) \quad (3.627) \quad (0.288) \quad (0.456) \quad (1.376)$									
México	$\pi_t = 0.752 \pi_{t-1} + 0.021 \pi_{t-2} + 0.131 \pi_{t-4} + 0.048 \pi_{t-12} - 0.037 \varepsilon_{t-1} + 0.123 \varepsilon_{t-12} + \varepsilon_t$							0.789	1.998	-887.798
	$t = (2.714) \quad (0.100) \quad (2.880) \quad (1.453) \quad (-0.135) \quad (2.671)$									
Paraguay	$\pi_t = 0.754 + 0.073 \pi_{t-1} + 0.092 \pi_{t-6} + 0.035 \pi_{t-10} + 0.744 \pi_{t-12} - 0.648 \varepsilon_{t-12} + 0.025 \varepsilon_{t-24} + \varepsilon_t$							0.127	1.855	-1262.42
	$t = (2.249) (2.855) \quad (3.328) \quad (1.520) \quad (11.360) \quad (-8.783) \quad (0.633)$									
Perú	$\pi_t = 3.008 + 0.356 \pi_{t-1} + 0.123 \pi_{t-2} + 0.198 \pi_{t-4} + 0.105 \pi_{t-5} + 0.081 \pi_{t-6} + 0.049 \pi_{t-12} - 0.111 \pi_{t-24} - 0.055 \varepsilon_{t-12} + \varepsilon_t$							0.477	2.018	-2275.99
	$t = (1.929) (9.089) \quad (3.219) \quad (5.235) \quad (2.625) \quad (2.140) \quad (0.147) \quad (-2.806) \quad (-0.162)$									
Uruguay	$\pi_t = 0.222 \pi_{t-1} + 0.347 \pi_{t-3} + 0.086 \pi_{t-5} + 0.206 \pi_{t-6} + 0.075 \pi_{t-12} + 0.036 \pi_{t-24} - 0.004 \varepsilon_{t-2} - 0.182 \varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$							0.433	1.956	-1484.66
	$t = (6.304) \quad (3.934) \quad (2.448) \quad (4.638) \quad (1.835) \quad (1.168) \quad (-0.122) \quad (-1.941)$									

Fuente: Elaboración propia

Teniendo presente los aspectos anteriores es posible concluir con el segundo paso expuesto en el diagrama de flujo de la metodológica BJ, sin embargo, ahora se genera otra interrogante con respecto a los residuos estimados que arrojan estos modelos, es importante garantizar que estos se comporten como un ruido blanco, ya que de no ser así indica que se omite información que se verá reflejada a través de dichos residuos. La metodología sugiere que la principal exclusión en la que comúnmente se cae es el hecho de no tomar en cuenta la presencia de un componente estacional o que la serie no tenga un comportamiento estacionario, pero en este caso se tiene la seguridad de que estas dos situaciones fueron consideradas hasta este momento, lo cual nos lleva a retomar la información que se obtuvo del análisis estadístico inicial.

Recordando el valor que se obtuvo en la curtosis existe la fuerte sospecha de contar con la presencia de una varianza heteroscedástica la cual puede hacerse presente a través de los residuos estimados de cada modelo, de ser así es necesario pensar que quizás esta deberá ser tratada mediante de un modelo de heteroscedasticidad condicional autorregresivo generalizado, en cuyo caso primero se llevara a cabo una prueba de efectos GARCH, que fue explicada en el apartado 3.1.1, esto con el fin de corroborar la información que previamente se ha obtenido. Esta prueba se realizó extrayendo los residuos estimados de cada modelo e incluyendo únicamente 5 rezagos, los resultados han sido sintetizados en el Cuadro 21.

Los estadísticos de esta prueba pueden interpretarse tanto de manera individual como de forma conjunta. Para el primer caso, se considera el valor del estadístico t obtenida para cada coeficiente de la regresión tomando en cuenta que sí, aunque sea en uno de los rezagos este es estadísticamente significativo indica que efectivamente estamos ante la presencia de efectos GARCH, como en el caso de cada economía se identifica por lo menos un rezago significativo es posible afirmar de este modo la existencia de una varianza heteroscedástica. Ahora, considerando el estadístico de la prueba conjunta definido como $N \cdot R^2$, se confirma nuevamente en todos los casos el rechazo de la hipótesis nula con lo cual se tendría evidencia a favor de la presencia de efectos GARCH.

CUADRO 21. Prueba de efectos GARCH

<i>Prueba de efectos GARCH</i>									
País	$\varepsilon_t^2 = \delta_0 + \sum_{i=1}^q \delta_i \varepsilon_{t-i}^2 + \nu_t$					\bar{R}^2	$N * R^2$		
Bolivia	$\varepsilon_t^2 = 11.097 + 0.341\varepsilon_{t-1}^2 + 0.148\varepsilon_{t-2}^2 - 0.094\varepsilon_{t-3}^2 + 0.096\varepsilon_{t-4}^2 + 0.022\varepsilon_{t-5}^2 + \nu_t$	$t = (1.706)$	(8.929)	(3.693)	(-2.334)	(2.400)	(0.582)	0.178	122.820
Colombia	$\varepsilon_t^2 = 0.244 + 0.210\varepsilon_{t-1}^2 + 0.058\varepsilon_{t-2}^2 + 0.039\varepsilon_{t-3}^2 + 0.061\varepsilon_{t-4}^2 + 0.011\varepsilon_{t-5}^2 + \nu_t$	$t = (4.937)$	(5.499)	(1.512)	(1.010)	(1.577)	(0.308)	0.067	46.297
Ecuador	$\varepsilon_t^2 = 1.069 + 0.039\varepsilon_{t-1}^2 + 0.142\varepsilon_{t-2}^2 + 0.098\varepsilon_{t-3}^2 - 0.006\varepsilon_{t-4}^2 + 0.076\varepsilon_{t-5}^2 + \nu_t$	$t = (4.453)$	(1.027)	(3.747)	(2.571)	(-0.182)	(1.999)	0.046	31.786
México	$\varepsilon_t^2 = 0.344 + 0.229\varepsilon_{t-1}^2 + 0.133\varepsilon_{t-2}^2 + 0.039\varepsilon_{t-3}^2 + 0.202\varepsilon_{t-4}^2 - 0.062\varepsilon_{t-5}^2 + \nu_t$	$t = (3.233)$	(6.023)	(3.486)	(1.017)	(5.277)	(-1.649)	0.158	109.18
Paraguay	$\varepsilon_t^2 = 1.142 + 0.255\varepsilon_{t-1}^2 - 0.0003\varepsilon_{t-2}^2 - 0.004\varepsilon_{t-3}^2 + 0.069\varepsilon_{t-4}^2 + 0.164\varepsilon_{t-5}^2 + \nu_t$	$t = (3.650)$	(6.774)	(-0.009)	(-0.118)	(1.794)	(4.364)	0.115	79.350
Perú	$\varepsilon_t^2 = 30.396 + 0.208\varepsilon_{t-1}^2 + 0.016\varepsilon_{t-2}^2 + 0.0008\varepsilon_{t-3}^2 + 0.021\varepsilon_{t-4}^2 + 0.006\varepsilon_{t-5}^2 + \nu_t$	$t = (1.265)$	(5.449)	(0.420)	(0.022)	(0.554)	(0.177)	0.046	31.786
Uruguay	$\varepsilon_t^2 = 2.090 + 0.211\varepsilon_{t-1}^2 - 0.014\varepsilon_{t-2}^2 + 0.206\varepsilon_{t-3}^2 - 0.032\varepsilon_{t-4}^2 + 0.120\varepsilon_{t-5}^2 + \nu_t$	$t = (3.897)$	(5.583)	(-0.371)	(5.444)	(-0.839)	(3.171)	0.111	76.701

Fuente: Elaboración propia

4.3.3 ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS HIBRIDOS SARIMA-GARCH-M

Hasta este momento, siguiendo la metodología BJ ha sido posible llevar a cabo la estimación de un modelo que capte correctamente el comportamiento de la media de la inflación para cada una de las economías, sin embargo, al analizar individualmente los residuos obtenidos se ha encontrado evidencia de la presencia de una varianza heteroscedástica, esto conllevará a tener que capturar los efectos GARCH a través de una estimación de este tipo, el cual complementará el modelo que se obtuvo con anterioridad para la media. Recordemos que la familia GARCH tiene una amplia variedad de modelos en donde cada uno de ellos cumple con alguna función específica.

De manera inicial capturar lo efectos que se encontraron previamente puede ser posible usando los modelos GARCH más simples, sin embargo, es importante no olvidar cual es la principal aportación que desea generar el presente estudio. La idea central de la investigación se basa en las hipótesis presentadas en el Cuadro 15, que pretenden determinar cuál es la dirección y el signo de causalidad entre la media y la varianza condicional a través del estadístico t que acompañe al coeficiente estimado, por tal razón es importante optar por el uso de un modelo GARCH-M el cual permite la retroalimentación entre ambas.

A partir de la nueva estimación originada por la inclusión del modelo GARCH-M se han obtenido los resultados descritos en el Cuadro 22, con los cuales será posible determinar la hipótesis que se cumple en el caso de cada una de las economías. Además, se presentan de igual modo los principales estadísticos de resumen que permiten garantizar la correcta especificación del modelo. En general, se perciben buenos valores para el coeficiente de determinación el cual indica que los modelos cuentan con una buena calidad en sus estimaciones, de igual modo el estadístico para la prueba Durbin-Watson en todos los casos es cercano a 2 lo cual indica que no existe ningún tipo de autocorrelación.

Para el caso de estos modelos se usó el método de máxima verosimilitud con el cual se busca estimar los parámetros de manera que se obtenga la mayor probabilidad de observar los correctos valores de π , por tal razón en este instante el estadístico que arroja mayor información acerca de los modelos es el obtenido a través de la función logarítmica de máxima verosimilitud en cuyo caso se busca el más pequeño en valor absoluto ya que así se indica que ningún otro valor en los parámetros da una probabilidad más alta de obtener los valores que se usaron en la muestra.

Gracias a los softwares utilizados en la generación de los modelos es posible indicar el método de estimación a través del cual deben calcularse los parámetros, por dicha razón se puede tener la certeza de que este estadístico obtenido es el mejor entre todos los posibles, ya que el mismo programa los compara automáticamente.

CUADRO 22. Estimación de los modelos híbridos para la inflación

<i>Especificación SARIMA-GARCH-M</i>									R^2	DW	LLF
País	Media condicional	$\pi_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^p \gamma_i \pi_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} + \sum_{i=1}^p \phi_i \pi_{t-is} + \sum_{j=1}^q \delta_j \varepsilon_{t-js} + \varepsilon_t$									
	Varianza condicional	$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \delta \pi_{t-1} + \theta_1 DIT_t + \theta_2 DIT_t * \pi_{t-1} + \theta_3 DBD_t$									
Bolivia	$\pi_t = 0.831 + 0.387\pi_{t-1} + 0.191\pi_{t-4} + 0.113\pi_{t-6} + 0.032\pi_{t-7} - 0.038\pi_{t-9} + 0.044\varepsilon_{t-3} + 0.024\varepsilon_{t-36} + \mathbf{0.178} \sqrt{h_t}$ $t = (0.825) \quad (4.538) \quad (3.320) \quad (2.588) \quad (0.573) \quad (-0.746) \quad (0.870) \quad (1.298) \quad (0.831)$	$h_t = 6.831 + 0.530\varepsilon_{t-1}^2 + 0.310h_{t-1} - \mathbf{0.444} \pi_{t-1} - 10.839 DBD_t$ $t = (7.532) \quad (3.583) \quad (3.790) \quad (-1.188) \quad (-6.655)$	0.571	1.726	-1584.984						
Colombia	$\pi_t = 1.151 + 0.395\pi_{t-1} + 0.043\pi_{t-9} + 0.139\pi_{t-11} + 0.131\pi_{t-24} + 0.185\pi_{t-36} + 0.134\varepsilon_{t-1} + 0.067\varepsilon_{t-12} + \mathbf{0.186} \sqrt{h_t}$ $t = (1.873) \quad (5.738) \quad (0.879) \quad (2.659) \quad (3.768) \quad (5.768) \quad (1.600) \quad (1.342) \quad (1.316)$	$h_t = 0.431 + 0.157\varepsilon_{t-1}^2 + 0.075\varepsilon_{t-2}^2 + 0.016\varepsilon_{t-3}^2 + \mathbf{0.105} \pi_{t-1} - 0.275 DIT_t - 0.200 DIT_t * \pi_{t-1} - 0.442 DBD_t$ $t = (4.219) \quad (2.383) \quad (1.699) \quad (0.347) \quad (2.171) \quad (-2.582) \quad (-3.605) \quad (-3.689)$	0.638	2.092	-508.679						
Ecuador	$\pi_t = -0.462 + 0.149\pi_{t-1} + 0.169\pi_{t-2} - 0.033\pi_{t-3} + 0.074\pi_{t-6} + 0.042\pi_{t-9} + 0.016\pi_{t-11} + 0.061\pi_{t-36} + \mathbf{1.868} \sqrt{h_t}$ $t = (-1.401) \quad (3.351) \quad (4.824) \quad (-0.864) \quad (2.039) \quad (1.662) \quad (0.547) \quad (2.539) \quad (11.031)$	$h_t = 0.252 + 0.142\varepsilon_{t-1}^2 + 0.632h_{t-1} + \mathbf{0.110} \pi_{t-1} - 0.211 DIT_t * \pi_{t-1}$ $t = (5.257) \quad (5.638) \quad (16.621) \quad (3.845) \quad (-3.131)$	0.358	1.612	-1063.979						
México	$\pi_t = 0.433\pi_{t-1} + 0.367\pi_{t-2} + 0.165\pi_{t-4} + 0.099\pi_{t-12} + 0.352\varepsilon_{t-1} + 0.082\varepsilon_{t-12} + \mathbf{0.752} \sqrt{h_t}$ $t = (0.761) \quad (0.784) \quad (1.777) \quad (0.657) \quad (0.593) \quad (0.435) \quad (3.117)$	$h_t = 1.835 + 0.095\varepsilon_{t-1}^2 + 0.477h_{t-1} - \mathbf{0.069} \pi_{t-1} - 1.593 DIT_t * \pi_{t-1} - 3.231 DBD_t$ $t = (3.491) \quad (2.038) \quad (2.767) \quad (-2.794) \quad (-8.440) \quad (-8.887)$	0.774	1.957	-1086.189						
Paraguay	$\pi_t = 0.150 + 0.046\pi_{t-6} + 0.093\pi_{t-10} + 0.075\varepsilon_{t-12} + 0.091\varepsilon_{t-24} + \mathbf{0.514} \sqrt{h_t}$ $t = (1.521) \quad (1.418) \quad (3.246) \quad (2.570) \quad (3.039) \quad (4.453)$	$h_t = 0.105 + 0.231\varepsilon_{t-1}^2 + 0.597h_{t-1} + \mathbf{0.253} \pi_{t-1} - 0.075 DIT_t - 0.083 DIT_t * \pi_{t-1}$ $t = (3.015) \quad (5.482) \quad (11.639) \quad (4.445) \quad (-2.176) \quad (-0.659)$	0.094	1.830	-1070.585						
Perú	$\pi_t = 0.245 + 0.591\pi_{t-2} + 0.174\pi_{t-6} + 0.082\varepsilon_{t-3} + 0.018\varepsilon_{t-12} + 0.002\varepsilon_{t-24} + \mathbf{0.107} \sqrt{h_t}$ $t = (0.040) \quad (4.351) \quad (1.845) \quad (0.406) \quad (0.107) \quad (0.013) \quad (0.172)$	$h_t = 23.998 + 0.294\varepsilon_{t-1}^2 + 0.412h_{t-1} + \mathbf{0.876} \pi_{t-1} - 28.174 DIT_t * \pi_{t-1} + 180.833 DBD_t$ $t = (6.803) \quad (2.435) \quad (7.090) \quad (1.031) \quad (-10.181) \quad (1.635)$	0.293	1.635	-1990.651						
Uruguay	$\pi_t = 0.182\pi_{t-1} + 0.536\pi_{t-3} + 0.098\pi_{t-5} + 0.094\pi_{t-6} + 0.079\pi_{t-12} + 0.012\pi_{t-24} + 0.125\varepsilon_{t-2} - 0.443\varepsilon_{t-3} + \mathbf{0.052} \sqrt{h_t}$ $t = (7.452) \quad (5.766) \quad (2.471) \quad (2.931) \quad (2.132) \quad (0.505) \quad (4.011) \quad (-4.309) \quad (1.855)$	$h_t = 3.309 + 0.750\varepsilon_{t-1}^2 - 0.019h_{t-1} - \mathbf{0.038} \pi_{t-1} - 2.646 DIT_t - 0.598 DIT_t * \pi_{t-1}$ $t = (7.125) \quad (7.264) \quad (-0.773) \quad (-0.356) \quad (-5.320) \quad (-3.109)$	0.428	1.892	-1274.988						

Fuente: Elaboración propia

Con base en los resultados obtenidos se encuentra información consistente con la hipótesis de Friedman (1977) para tres de las siete economías, es decir, para Colombia, Ecuador y Paraguay, que confirman que un aumento en la inflación traerá consigo un aumento en la incertidumbre inflacionaria en el siguiente periodo, esto se garantiza gracias a que muestran un estadístico t de 2.171, 3.845, -2.794 y 4.445 respectivamente, y el coeficiente estimado presenta un signo positivo en cada uno de los casos. Mientras que la economía Mexicana arroja información que coincide con la hipótesis contraria propuesta por Pourgerami y Maskus (1987), es decir, supone que al encontrarse en un entorno en donde la inflación aumenta de manera acelerada los agentes invertirán una gran cantidad de recursos en intentar predecirla lo cual conlleva a una disminución de la incertidumbre inflacionaria.

También se presentan pruebas a favor de la hipótesis de Cukierman y Meltzer (1986) y Holland (1995) únicamente para Ecuador, México y Paraguay con lo cual se comprueba que en estas economías el Banco Central actúa de una manera oportunista, es decir, aprovechan la alta incertidumbre para de este modo crear una inflación imprevista a través de políticas monetarias de corte expansivo.

Es de suma importancia resaltar que en la ecuación generada para la varianza condicional se incluyen algunas variables que son fundamentales para el correcto análisis; primero se introduce una variable que captura los choques estructurales que marcan los distintos ciclos económicos por los que atraviesa la inflación a lo largo del tiempo, los cuales al estar presentes indicarían que los coeficientes estimados en el modelo no permanecen constantes durante el periodo considerado, sin embargo, a través de la inclusión de esta variable dicótoma es posible garantizar que se toma en cuenta esta situación y los coeficientes obtenidos son los correctos para dicho lapso de estudio.

Además, debido a que los países del estudio han optado por la implementación de un régimen de MI, es necesario agregar al modelo otra variable cualitativa que capture el momento exacto en que se comenzó con el uso de dicho régimen. Esta variable es incluida debido a que, como se mencionó en la sección 1.1, existe una fuerte discusión acerca de la eficacia que ha tenido el uso de un régimen de MI, hay quienes aseguran que no existe ninguna diferencia notable entre

economías que hayan elegido una política de objetivos de inflación contra aquellas que no lo han hecho, por tal motivo esta variable ayuda a probar si este régimen es significativo en la inflación futura. Siguiendo este mismo argumento es que también se ha introducido en el modelo una variable que mida los efectos de la implementación de este régimen en la tasa de inflación promedio, para de este modo corroborar la importancia que tiene el establecer un objetivo para la inflación siguiendo la correcta aplicación de dicho régimen.

No en todos los casos se incluyeron todas estas variables, para la economía Colombiana se han incluido las tres, mientras que para México, Paraguay, Perú y Uruguay únicamente se consideraron dos de estas variables y finalmente para Bolivia y Ecuador se anexó solamente una variable complementaria. La manera de decidir si eran relevantes para el modelo o no estas variables es a través del nivel de significancia correspondiente para cada coeficiente.

Es posible afirmar que para cuatro de las siete economías, es decir, Bolivia, Colombia, México y Perú, resulta necesario incluir una variable que capture los efectos de los choques estructurales para que de este modo la estimación de los coeficientes se ajusten correctamente durante todo el periodo a estudiar. Por otro lado, para Colombia, Paraguay y Uruguay el poner en funcionamiento un régimen como el de metas de inflación beneficia a la incertidumbre inflacionaria futura reduciéndola de manera considerable, lo cual comprueba que el mantenerse apegados a un régimen como este podrá contribuir al cumplimiento de sus mandatos legales. Además, para todas las economías, con excepción de Bolivia, se ha comprobado que los resultados de este régimen en la tasa de inflación promedio son positivos, ya que generan una disminución directa en la incertidumbre para la inflación del próximo periodo.

Debido a que se busca generar el mejor modelo estimado para obtener la información más precisa, en este punto de la investigación aún falta considerar que no todos los modelos GARCH presentan simetría en los choques positivos y negativos de la volatilidad, lo cual al ser evaluado permite explicar los efectos de apalancamiento que se encuentran presentes. Para determinar si estamos ante la presencia de asimetría en estos modelos será indispensable llevar a cabo un análisis sobre los residuos creados a partir de la estimación GARCH anterior siguiendo los pasos

de la prueba conjunta de sesgo de signo y tamaño expuesta en el apartado 3.3.1, el resumen de los datos obtenidos se presenta en el Cuadro 23.

La interpretación de esta prueba se realiza primero de manera individual, es decir, se analiza la presencia de un sesgo de signo, seguida por la de un sesgo de tamaño y finalmente se puede llevar a cabo la indagación conjunta a través del estadístico de prueba conjunta $N \cdot \bar{R}^2$. En la prueba de sesgo de signo se dice que si un choque positivo y negativo tienen distinto impacto, entonces, el coeficiente estimado para S_{t-1}^- debe ser estadísticamente significativo, lo cual se cumple en el caso de Bolivia, Ecuador y México.

CUADRO 23. Prueba Engle y Ng de sesgo de signo y tamaño

País	Prueba de signo y tamaño	\bar{R}^2	
		\bar{R}^2	$N * \bar{R}^2$
Bolivia	$\hat{\varepsilon}_t^2 = -76.468 + 55.573 S_{t-1}^- - 16.375 S_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + 47.734 S_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + u_t$ $t = (-2.934) \quad (2.029) \quad (-10.128) \quad (18.303)$	0.407	277.57
Colombia	$\hat{\varepsilon}_t^2 = 0.319 - 0.121 S_{t-1}^- - 0.190 S_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + 0.722 S_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + u_t$ $t = (3.338) \quad (-0.965) \quad (-1.445) \quad (5.406)$	0.068	45.63
Ecuador	$\hat{\varepsilon}_t^2 = 1.717 - 1.285 S_{t-1}^- - 0.930 S_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + 0.755 S_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + u_t$ $t = (3.926) \quad (-2.065) \quad (-2.199) \quad (2.718)$	0.03	19.77
México	$\hat{\varepsilon}_t^2 = 1.623 - 1.743 S_{t-1}^- - 1.292 S_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + 1.586 S_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + u_t$ $t = (4.147) \quad (-4.061) \quad (-7.514) \quad (5.916)$	0.169	115.4
Paraguay	$\hat{\varepsilon}_t^2 = 0.552 - 0.586 S_{t-1}^- - 2.131 S_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + 2.093 S_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + u_t$ $t = (0.993) \quad (-0.796) \quad (-5.932) \quad (6.775)$	0.109	74.56
Perú	$\hat{\varepsilon}_t^2 = -19.929 - 23.849 S_{t-1}^- - 33.429 S_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + 82.370 S_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + u_t$ $t = (-0.290) \quad (-0.330) \quad (-8.534) \quad (19.504)$	0.418	280.48
Uruguay	$\hat{\varepsilon}_t^2 = 1.136 - 0.623 S_{t-1}^- - 3.398 S_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + 2.184 S_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + u_t$ $t = (1.249) \quad (-0.493) \quad (-6.071) \quad (5.905)$	0.097	65.09

Fuente: Elaboración propia

En tanto a la prueba de sesgo de tamaño, se debe llevar a cabo la suma de los coeficientes de $S_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + S_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1}^2$, si como resultado se obtiene un valor negativo entonces el impacto del tamaño de los choques negativos predominan y viceversa, en esta ocasión para Bolivia, Colombia,

México y Perú se concluye que el tamaño de los choques positivos generan una mayor afectación, mientras que para las tres economías restantes ocurre lo contrario.

De este modo, la información para la presencia de un sesgo de tamaño es conclusiva, ya que en todos los casos se encuentra presente aunque en distinta dirección, con lo cual en este momento ya se ha confirmado que deberán estimarse modelos GJR GARCH o E-GARCH para capturar la asimetría en la volatilidad de la inflación; sin embargo, en cuanto al sesgo de signo solo tres de siete economías confirman la concurrencia de este, por tal motivo, es sumamente importante no olvidar realizar el análisis del estadístico conjunto ya que este confirmara que en los demás casos no está de más realizar esta nueva estimación.

El estadístico de la prueba conjunta $N \cdot R^2$, sigue una distribución X^2 con tres grados de libertad, teniendo como hipótesis nula la ausencia de efectos asimétricos. Tomando en cuenta los valores estadísticos obtenidos y comparándolos con el estadístico de la distribución es factible para todas las economías rechazar la hipótesis que indica que no existen efectos asimétricos. Una vez entendido que en todos los países del estudio presentan asimetría en los choques negativos y positivos de la varianza es necesario modificar la estimación que se tiene hasta el momento y complementarla con una estimación del tipo GJR GARCH o E-GARCH con lo cual se obtendrá un modelo híbrido más robusto.

4.3.4 ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS CON EFECTOS ASIMÉTRICOS

Cuando se confirma la presencia de asimetría en la varianza de la inflación es necesario recurrir a alguna de las extensiones que se han mencionado de los modelos GARCH que permiten capturar estos efectos. En este caso se cuenta con dos opciones, por un lado se tiene los modelos GJR los cuales a través de una variable ficticia capturan el signo de los choques de los errores, mientras que por otro lado, los modelos exponenciales (E-GARCH) además de capturar este impacto permite eliminar las restricciones de no negatividad.

Para lograr decidir cuál es la mejor opción es indispensable no olvidar los pros y contras de cada uno de estos modelos, la ventaja más importante es que si se desea generar un modelo que

permita realizar un pronóstico de la varianza resulta más difícil a través de un modelo E-GARCH, por tal motivo es mejor recurrir a los modelos GJR-GARCH. Y si bien en este caso el objetivo final no es llevar a cabo un pronóstico es importante generar un modelo que deje abierta esta posibilidad. Teniendo todo esto en cuenta se ha optado por realizar una modificación a la estimación de la varianza de la media siguiendo el modelo dado para la varianza condicional de un GJR-GARCH, presentando los resultados en el Cuadro 24.

A partir de estas nuevas estimaciones se lleva a cabo una nueva interpretación de los resultados, en donde inicialmente se debe resaltar el hecho de que el estimador del logaritmo de máxima verosimilitud obtenido en todos los casos ha disminuido con lo cual se garantiza que estos modelos son más robustos y completos que los anteriores, entendiendo así que las conclusiones generadas a través de ellos son las que tienen mayor certeza ya que en general se incluyen todas las variables que deben ser consideradas para lograr un análisis entero.

En resumen, ambas ecuaciones, de la media y la varianza condicional, se encuentran totalmente personalizadas a las características de cada una de las economías, es decir, cada una incluye únicamente las variables que han sido necesarias para explicar de manera amplia su comportamiento a través del tiempo, lo cual conlleva a que gracias a estos modelos sea posible determinar cómo distintos componentes afectan tanto la inflación como la incertidumbre inflacionaria del siguiente periodo.

Los factores que se han contemplado son: el impacto que ha tenido el uso de un régimen de metas de inflación con el fin de controlar la inflación y con ello disminuir la incertidumbre inflacionaria futura, se mide también el efecto de esta implementación en la tasa de inflación promedio, al mismo tiempo se considera los choques a los que está expuesta la inflación, se explica además el efecto apalancamiento y por último, se permite una retroalimentación entre la varianza y la media, lo cual posibilita verificar el cumplimiento de las hipótesis existentes para este tipo de relación causal. Por tal motivo, se exponen las conclusiones a las que se ha llegado desde la estimación de los modelos SARIMA-GJR GARCH-M para cada uno de estos elementos.

CUADRO 24. Estimación de los modelos asimétricos para la varianza de la inflación

<i>Especificación SARIMA-GJR-GARCH-M</i>				
País	Media condicional	$\pi_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^p \gamma_i \pi_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} + \sum_{i=1}^p \phi_i \pi_{t-is} + \sum_{j=1}^q \delta_j \varepsilon_{t-js} + \varepsilon_t$		
	Varianza condicional asimétrica	$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 * I_{t-1} + \beta_1 h_{t-1} + \delta \pi_{t-1} + \theta_1 DIT_t + \theta_2 DIT_t * \pi_{t-1} + \theta_3 DBD_t$		
		R^2	DW	LLF
Bolivia	$\pi_t = -10.498 + 0.489\pi_{t-1} + 0.270\pi_{t-4} + 0.180\pi_{t-6} + 0.118\pi_{t-7} + 0.004\pi_{t-9} + 0.046\varepsilon_{t-3} + 0.019\varepsilon_{t-36} + 0.210 \sqrt{h_t}$ $t = (-1.438) \quad (10.393) \quad (9.240) \quad (5.084) \quad (2.675) \quad (0.176) \quad (1.203) \quad (0.796) \quad (2.826)$			
	$h_t = 1.479 + 0.376\varepsilon_{t-1}^2 - 0.001\varepsilon_{t-1}^2 * I_{t-1} + 0.168h_{t-1} + 1.489\pi_{t-1}$ $t = (16.959) \quad (4.330) \quad (-0.013) \quad (2.876) \quad (9.600)$	0.585	1.907	-1422.534
Colombia	$\pi_t = 1.007 + 0.363\pi_{t-1} + 0.068\pi_{t-9} + 0.121\pi_{t-11} + 0.201\pi_{t-24} + 0.200\pi_{t-36} + 0.106\varepsilon_{t-1} + 0.167\varepsilon_{t-12} + 0.062 \sqrt{h_t}$ $t = (0.631) \quad (7.279) \quad (2.206) \quad (3.581) \quad (6.357) \quad (7.224) \quad (1.814) \quad (4.522) \quad (0.644)$			
	$h_t = 0.001 + 0.128\varepsilon_{t-1}^2 - 0.112\varepsilon_{t-1}^2 * I_{t-1} + 0.880h_{t-1} + 0.010\pi_{t-1} - 0.009DIT_t * \pi_{t-1}$ $t = (1.299) \quad (5.544) \quad (-4.584) \quad (48.128) \quad (3.231) \quad (-2.237)$	0.636	1.927	-437.693
Ecuador	$\pi_t = 0.893 + 0.288\pi_{t-1} + 0.075\pi_{t-2} + 0.046\pi_{t-3} + 0.117\pi_{t-6} + 0.063\pi_{t-9} + 0.146\pi_{t-11} + 0.082\pi_{t-36} - 0.091\varepsilon_{t-1} + 0.146\varepsilon_{t-2} + 0.108\varepsilon_{t-12} + 0.083 \sqrt{h_t}$ $t = (2.306) \quad (1.640) \quad (0.519) \quad (0.709) \quad (3.219) \quad (1.671) \quad (4.331) \quad (4.676) \quad (-0.514) \quad (1.158) \quad (3.172) \quad (1.004)$			
	$h_t = -0.0004 + 0.381\varepsilon_{t-1}^2 - 0.246\varepsilon_{t-1}^2 * I_{t-1} + 0.747h_{t-1} + 0.051\pi_{t-1} + 1.480DBD_t$ $t = (-0.180) \quad (5.998) \quad (-3.714) \quad (25.103) \quad (3.610) \quad (1.040)$	0.474	1.808	-893.560

Continuación del cuadro 24

México	$\pi_t = 1.018\pi_{t-1} - 0.290\pi_{t-2} + 0.091\pi_{t-4} + 0.011\pi_{t-12} - 0.819\varepsilon_{t-1} + 0.160\varepsilon_{t-12} + 2.064\sqrt{h_t}$							
	$t = (18.769) \quad (-6.581) \quad (3.701) \quad (0.806) \quad (-19.716) \quad (4.771) \quad (12.659)$							
	$h_t = 0.097 + 0.565\varepsilon_{t-1}^2 - 0.577\varepsilon_{t-1}^2 * I_{t-1} + 0.444h_{t-1} + 0.073\pi_{t-1} - 0.127DIT_t * \pi_{t-1}$							
	$t = (13.892) \quad (8.154) \quad (-8.077) \quad (12.436) \quad (5.242) \quad (-5.008)$							0.722 1.972 -666.270
Paraguay	$\pi_t = 0.280 + 0.192\pi_{t-1} + 0.063\pi_{t-6} + 0.087\pi_{t-10} + 0.125\pi_{t-12} + 0.008\varepsilon_{t-12} + 0.093\varepsilon_{t-24} + 0.360\sqrt{h_t}$							
	$t = (2.002) \quad (3.939) \quad (1.723) \quad (2.535) \quad (1.009) \quad (0.071) \quad (2.238) \quad (2.875)$							
	$h_t = 1.167 + 0.156\varepsilon_{t-1}^2 + 0.119\varepsilon_{t-1}^2 * I_{t-1} + 0.240h_{t-1} + 0.207\pi_{t-1} - 0.510DIT_t - 0.756DIT_t * \pi_{t-1}$							
	$t = (6.413) \quad (4.015) \quad (1.348) \quad (3.304) \quad (1.815) \quad (-3.454) \quad (-5.838)$							0.109 2.096 -1143.501
Perú	$\pi_t = 2.529 + 0.547\pi_{t-2} + 0.181\pi_{t-6} + 0.036\varepsilon_{t-3} + 0.022\varepsilon_{t-12} - 0.003\varepsilon_{t-24} + 0.306\sqrt{h_t}$							
	$t = (0.931) \quad (5.651) \quad (3.121) \quad (0.340) \quad (0.212) \quad (-0.022) \quad (2.182)$							
	$h_t = 13.402 + 0.504\varepsilon_{t-1}^2 - 0.576\varepsilon_{t-1}^2 * I_{t-1} + 0.324h_{t-1} + 1.510\pi_{t-1} - 15.535DIT_t * \pi_{t-1} + 119.888DBD_t$							
	$t = (5.653) \quad (2.977) \quad (-3.509) \quad (2.745) \quad (1.907) \quad (-10.393) \quad (0.953)$							0.288 1.767 -1795.117
Uruguay	$\pi_t = 0.212\pi_{t-1} + 0.472\pi_{t-3} + 0.134\pi_{t-5} + 0.115\pi_{t-6} + 0.067\pi_{t-12} + 0.001\pi_{t-24} + 0.078\varepsilon_{t-2} - 0.358\varepsilon_{t-3} + 0.117\sqrt{h_t}$							
	$t = (5.784) \quad (4.675) \quad (3.915) \quad (3.134) \quad (1.840) \quad (0.041) \quad (2.311) \quad (-3.340) \quad (2.658)$							
	$h_t = 2.903 + 0.406\varepsilon_{t-1}^2 + 0.481\varepsilon_{t-1}^2 * I_{t-1} - 0.082h_{t-1} + 0.235\pi_{t-1} - 1.554DIT_t - 1.215DIT_t * \pi_{t-1}$							
	$t = (7.118) \quad (4.099) \quad (1.915) \quad (-1.987) \quad (2.005) \quad (-3.232) \quad (-6.120)$							0.433 1.915 -1274.478

Fuente: Elaboración propia

4.4 RESULTADOS DE LOS MODELOS HIBRIDOS

Respecto a la efectividad de la política de MI en las siete economías de América Latina del estudio, únicamente en Paraguay y Uruguay se garantiza que la adopción de estas ha impactado directo en la disminución de la incertidumbre inflacionaria. Mientras que, esta misma implementación al medirse a través del efecto que genera en la tasa de inflación promedio y en como este afecta a la incertidumbre, en el caso de Colombia, México, Paraguay, Perú y Uruguay presentan un impacto negativo de dicha relación, lo cual hace concluir que en cinco de siete países latinoamericanos el uso de un régimen como este logra cumplir con su cometido de cuidar la estabilidad de los precios mediante la fijación de un objetivo que deberá respetarse en cuanto a unos niveles aceptables de inflación con los que se podrá disminuir la incertidumbre inflacionaria del siguiente periodo.

Otra cuestión importante es la asimetría que ha sido modelada, en donde los resultados de este coeficiente indican el efecto apalancamiento, es decir, muestran si los choques positivos o negativos tienen un mayor impacto sobre la volatilidad. Los datos de los modelos asimétricos indican que para Colombia, Ecuador, México, Perú y Bolivia el signo del coeficiente que captura el apalancamiento es negativo y significativo, exceptuando a Bolivia en donde no es posible afirmar un efecto umbral, estos resultados indican que un choque positivo generara un mayor impacto en la incertidumbre inflacionaria, lo cual se explica del siguiente modo: supongamos que en el periodo $t-1$ se produjo un choque positivo que se capturo en el modelo a través de una variable ficticia con el valor de 0 que al ser sustituido en la ecuación para proyectar la incertidumbre inflacionaria del siguiente periodo hará que básicamente este coeficiente no se tenga que restar del valor total de la incertidumbre, por tal motivo al final la incertidumbre inflacionaria se verá directamente afecta con un pronóstico mayor comparado con el caso en el que existiera un choque negativo.

Contrario a esta situación, en Paraguay y Uruguay se concluye que un impacto con signo negativo tendrá un mayor efecto en la incertidumbre inflacionaria futura al obtener para sus coeficientes respectivos valores mayores a cero, aunque en ambos casos estos no son estadísticamente significativos. Así que, de manera general se garantiza que en cuatro de siete

economías latinoamericanas existe la presencia de un efecto apalancamiento en el cual los choques negativos son los que ocasionan un mayor impacto en la incertidumbre inflacionaria del próximo lapso.

Finalmente, la retroalimentación entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria permite verificar el cumplimiento de las hipótesis centrales de la investigación. En este sentido, buscando comprender el signo de causalidad que va de la inflación a la incertidumbre, la información encontrada se ha vuelto conclusiva, en todas las economías los coeficientes muestran coherencia con la hipótesis de Friedman (1977), es decir, son positivos lo que indica que cuanto mayor sea la tasa de inflación en el periodo actual mayor será la incertidumbre inflacionaria futura. Sin embargo, es necesario aclarar que para Paraguay y Perú no es posible aceptar dicha hipótesis ni con un 10% de nivel de significancia.

Mientras que, en cuanto a la dirección contraria de causalidad los datos concluyen que al existir una mayor incertidumbre acerca de la inflación entonces la tasa de inflación del próximo periodo se verá incrementada, lo cual es congruente con la hipótesis propuesta por Cukierman y Meltzer (1986) y Holland (1995), en otras palabras esto significa que los BC's aprovechan esta incertidumbre para crear una inflación inesperada a través de políticas monetarias expansivas, esta consiste en aumentar la cantidad de dinero que circula en ese momento usando distintos mecanismo para ello, con el fin de estimular la inversión y el consumo, y de esta manera llegar nuevamente al punto de equilibrio necesario. Debido a este actuar se dice que los BC's se comportan de manera oportunista. Es importante determinar que en Colombia y Ecuador el coeficiente dado a la incertidumbre inflacionaria resulta no ser estadísticamente significativo por tal razón no es posible aceptar la hipótesis anterior, lo cual es contrario a lo que sucede en Bolivia, México, Paraguay, Perú y Uruguay en donde el nivel de significancia permite admitir dicha hipótesis sin ninguna duda.

Al ver de manera conjunta el cumplimiento de ambas hipótesis se logra identificar que para Bolivia, México y Uruguay existe una causalidad bidireccional entre las dos variables, esto es, supongamos que en Septiembre de 2018 la inflación alcanza niveles altos esto llevara a que para Octubre de este mismo año se tenga una mayor incertidumbre sobre el nivel de inflación que se

alcanzara, es en este momento donde se cumple la primer dirección de causalidad, no obstante aquí no termina la relación, ahora esta incertidumbre inflacionaria de Octubre servirá para proyectar la inflación del próximo periodo, o sea Noviembre, y el hecho de que sea tan alta traerá como consecuencia un nivel inflacionario alto para dicho mes, generando de este modo la relación bidireccional, lo que dicho con otras palabras conlleva a tener un círculo vicioso que si no es tratado de algún modo puede traer consigo grandes costos para las economías en cuestión.

Una vez concluido el análisis empírico de las economías Latinoamericana es posible resaltar nuevamente la importancia de cada uno de los capítulos previos, los cuales tuvieron la tarea de servir como pilar teórico para llevar acabo cada uno de los pasos de la forma correcta con la finalidad de obtener el mejor modelo estimado para capturar el comportamiento de la inflación y la incertidumbre inflacionaria.

A partir de esto podemos decir que la metodología Box Jenkins está estrechamente ligada a la creación de modelos de la familia GARCH ya que incluso sería posible complementar el diagrama de flujo de esta metodología presentado en el capítulo dos, anexando el hecho de que en presencia de un modelo ARIMA o SARIMA con residuos estimados que no tengan un comportamiento similar al de un ruido blanco será necesario recurrir a modelar esta conducta a través de un modelo GARCH y si nuevamente al estimar este y analizar los nuevos residuos obtenidos se identifica la presencia de un sesgo de signo y tamaño se debe complementar esta última estimación con un modelo asimétrico (GJR GARCH o E-GARCH), para de este modo tener la certeza de que se consideraron todos los hechos estilizados que pueden estar presentes en una serie de tiempo financiera.

CONCLUSIONES

Por un lado, los frecuentes aumentos en los niveles inflación que se han presentado desde hace algunas décadas se convirtieron en un gran desafío para las autoridades centrales de los países. Y desde otro ángulo, la incertidumbre generada derivada de esta inflación que también ha traído consigo distintos problemas que repercuten en las decisiones tomadas por los pobladores, los empresarios y el mismo gobierno. En este sentido, la metodología presentada en la investigación ha dado paso a la estimación de modelos econométricos híbridos SARIMA- GJR GARCH-M, con los cuales se ha estudiado el comportamiento de estas variables en Bolivia, Colombia, Ecuador, México, Paraguay, Perú y Uruguay.

De este modo, se cumplió con el objetivo principal de la presente tesis de determinar el cumplimiento de las hipótesis planteadas para la relación de la inflación e incertidumbre inflacionaria, para lo cual se aprovechó la retroalimentación permitida entre la ecuación de la media y la varianza, obteniendo los siguientes resultados:

1. La hipótesis propuesta por Friedman es inmutablemente aceptada para todas las economías, mientras mayor sea la inflación en el periodo actual mayor será incertidumbre inflacionaria en el próximo ciclo.
2. En el sentido opuesto los resultados vuelven a ser claros con todos los países. Para todos se cumple con la hipótesis de Cukierman y Meltzer, es decir, comparten la características de tener un Banco Central que actúa de manera oportunista cuando identifican que puede existir una situación en donde aumente la inflación.

En este contexto, existe una causalidad bidireccional entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria, en ambos casos de manera positiva. Indicando con estos resultados que, si ambas variables se encuentran correlacionadas el hecho de excluir una de otra provocaría que se estime un coeficiente sesgado.

El caso de México resulta de especial interés ya que en los estudios de Grier y Grier (1997) y Perrotini (2012) se concluyó que el BC tenía una postura estabilizadora, cuyo comportamiento no concuerda con la calificación de independencia dada al BC. Sin embargo, al estudiar un

panorama más amplio se identifica la verdadera postura del BC, siendo oportunista, lo cual tiene más sentido según la independencia dada a este instituto.

De igual forma, la estimación de estos modelos ha permitido obtener importantes hallazgos sobre algunos otros factores que afectan esta relación. En cuanto a los resultados referentes al efecto apalancamiento capturado a través de la asimetría presente en la incertidumbre inflacionaria, fue posible percatarse de algunas cuestiones relevantes:

1. A pesar de ser economías que comparten algunas características similares no por ellos los choques negativos y positivos les afectan de igual manera.
2. Para casi todas las economías (Colombia, Ecuador, México y Perú) la presencia de un choque positivo (traducido en malas noticias) afectará en mayor proporción a la inflación futura, que si se les compara con el choque generado por una disminución, siendo estos por ejemplo los incrementos o decrementos en los precios de materias primas.

En este sentido, durante los años 1999-2000 el incremento en los precios internacionales del petróleo fue una de las principales causas del alza en los niveles de inflación, llegando a tener en México una inflación de 19.37%.

En la investigación también se evalúa si el uso de la política de metas de inflación es un factor clave para el cumplimiento del mandato legal que tiene cada uno de los BC's de procurar la estabilidad de los precios, en este sentido se calibraron dos variables, la primera captura de manera directa el efecto de la implementación de este régimen, mientras que, la segunda lo hace a través del impacto que tiene sobre la tasa de inflación promedio, respecto a esto se observa:

1. Que únicamente en Paraguay y Uruguay la adopción de este régimen ha cumplido en cierta medida con su misión, estabilizar la inflación, sin embargo, en las otras economías estudiadas no ha habido una gran diferencia desde el momento que implementaron las MI.
2. Que en cuanto al efecto del uso de la política de MI en la tasa de inflación promedio, la información obtenida resulta más favorable. En este caso Colombia, México, Paraguay, Perú y Uruguay presentan estadísticos que indican que desde que se optó por adoptar las

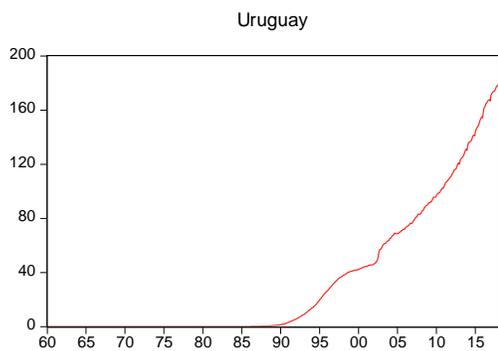
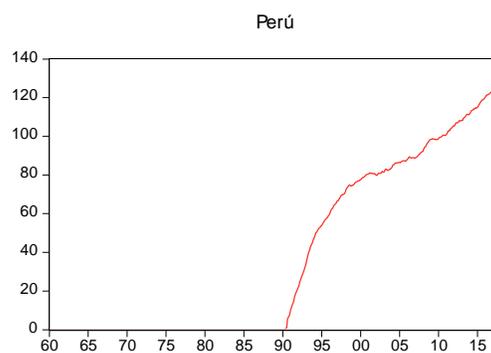
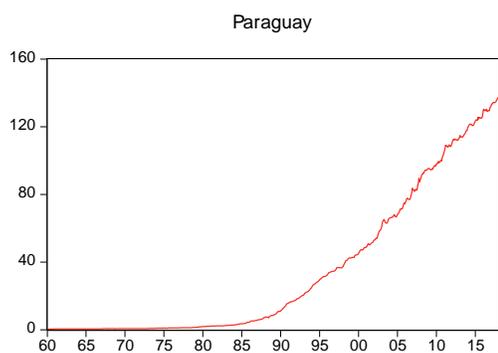
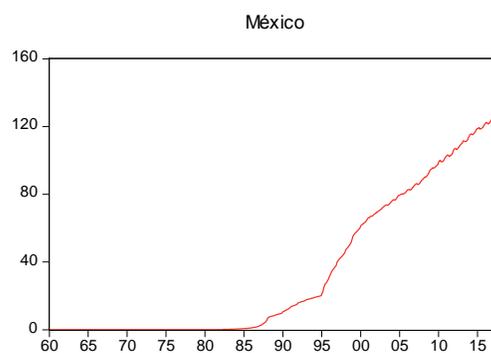
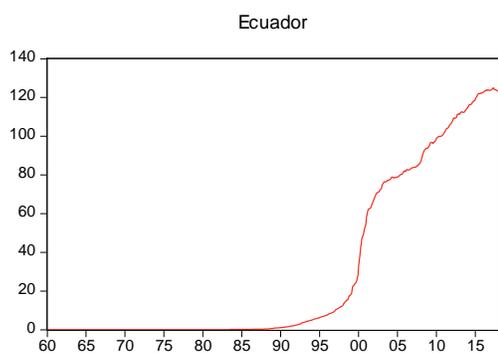
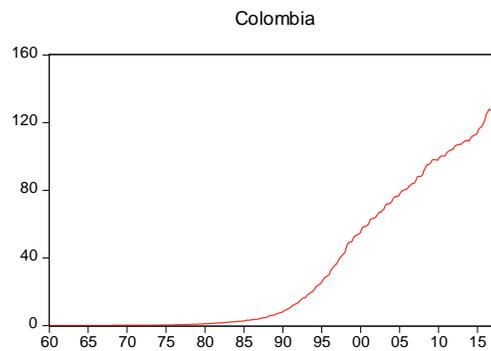
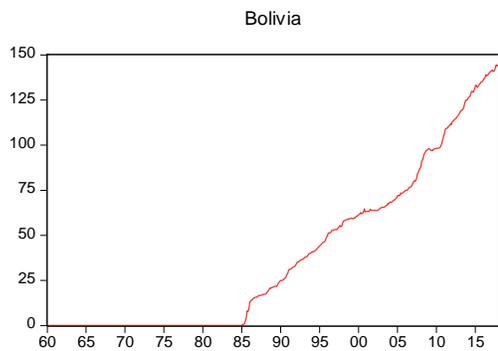
MI se ha generado un impacto negativo, lo cual quiere decir que visto de este modo las MI si han logrado disminuir a la incertidumbre inflacionaria.

Con base en estos hallazgos se pone en duda si los resultados obtenidos son derivados de un mal planteamiento del modelo de MI, ya sea porque este no se apega correctamente a la realidad o porque los organismos encargados de implementarlo lo han hecho de manera errónea. Además, si bien el objetivo del BC es mantener la estabilidad de los precios, será importante determinar hasta qué nivel es admisible dejar de lado otros objetivos, como el nivel de empleo, el crecimiento interno y otros factores externos e internos que puedan afectar directamente a la estabilidad de una economía. Los resultados para la región en cuanto a crecimiento del ingreso, disminución de las tasas de desempleo e incremento de la inversión en capital productiva.

Estos resultados exigen que los BC's implementen políticas monetarias diferentes, que tengan la capacidad de proveer mejores resultados en las variables reales cruciales, asumiendo de este modo otra postura antes un ambiente de inflación elevada.

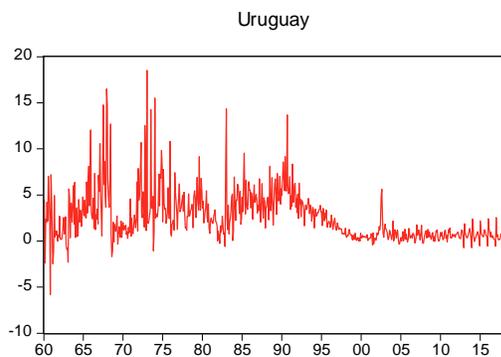
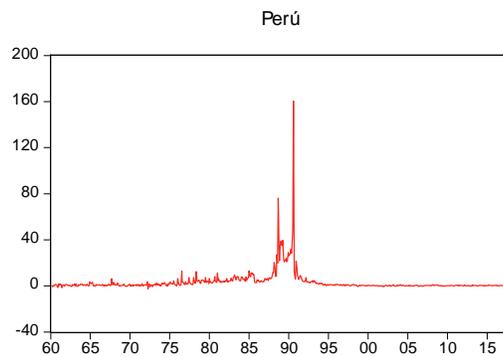
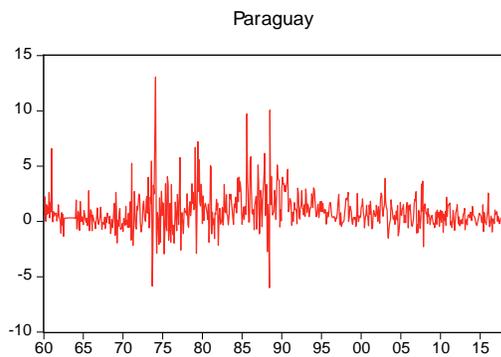
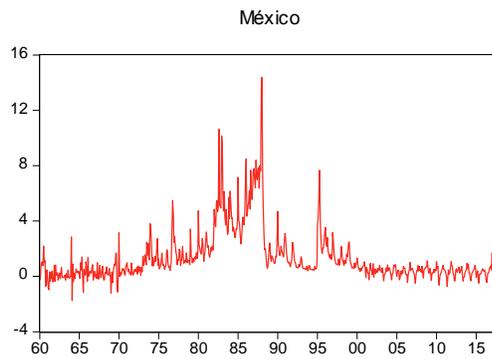
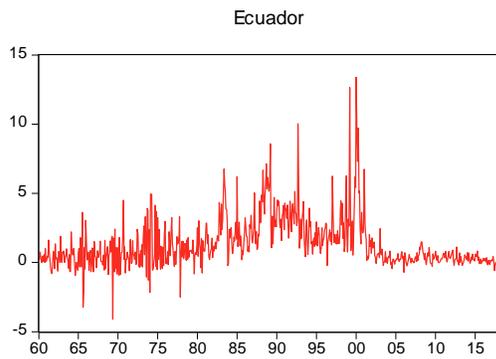
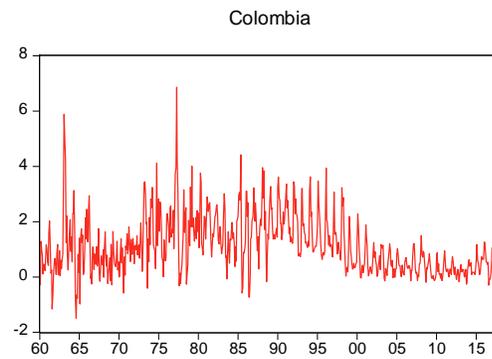
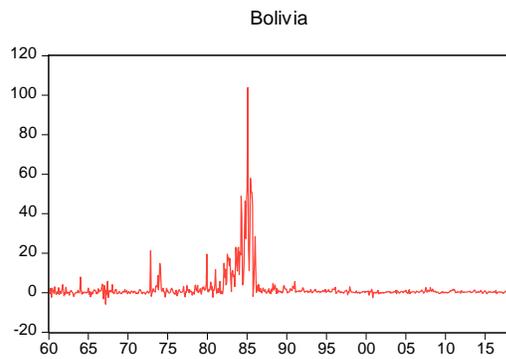
ANEXOS

ANEXO 1. Gráficas del INPC por país.



Fuente: Elaboración propia

ANEXO 2. Gráficas de las series transformadas por país²³.



Fuente: Elaboración propia

²³ Esta transformación es considerada como la variable de estudio, es decir, la inflación.

ANEXO 3. Correlogramas de la FAC y la FACP

- Bolivia

Sample: 1960M01 2018M01

Included observations: 695

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.730	0.730	372.43	0.000
		2	0.578	0.096	606.11	0.000
		3	0.537	0.184	807.76	0.000
		4	0.621	0.350	1078.0	0.000
		5	0.626	0.112	1353.1	0.000
		6	0.593	0.097	1600.3	0.000
		7	0.555	0.078	1817.4	0.000
		8	0.477	-0.13...	1977.5	0.000
		9	0.484	0.074	2142.9	0.000
		1...	0.459	-0.07...	2292.2	0.000
		1...	0.399	-0.16...	2404.8	0.000
		1...	0.347	-0.02...	2490.3	0.000
		1...	0.340	-0.03...	2572.1	0.000
		1...	0.368	0.073	2668.5	0.000
		1...	0.352	0.055	2756.8	0.000
		1...	0.324	0.031	2831.7	0.000
		1...	0.282	0.041	2888.7	0.000
		1...	0.255	-0.01...	2935.0	0.000
		1...	0.231	-0.06...	2973.3	0.000
		2...	0.223	-0.02...	3008.8	0.000
		2...	0.230	0.008	3046.9	0.000
		2...	0.191	-0.08...	3073.2	0.000
		2...	0.160	-0.03...	3091.6	0.000
		2...	0.156	0.027	3109.2	0.000
		2...	0.158	0.007	3127.2	0.000
		2...	0.165	0.099	3146.9	0.000
		2...	0.170	0.101	3167.9	0.000
		2...	0.147	-0.00...	3183.6	0.000
		2...	0.137	0.074	3197.1	0.000
		3...	0.133	-0.02...	3210.0	0.000
		3...	0.137	-0.04...	3223.7	0.000
		3...	0.120	-0.04...	3234.1	0.000
		3...	0.126	-0.02...	3245.7	0.000
		3...	0.143	0.025	3260.8	0.000
		3...	0.119	-0.06...	3271.2	0.000
		3...	0.099	-0.02...	3278.4	0.000

- Colombia

Sample: 1960M01 2018M01

Included observations: 696

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.719	0.719	361.49	0.000
		2 0.526	0.018	554.93	0.000
		3 0.345	-0.08...	638.61	0.000
		4 0.218	-0.01...	671.90	0.000
		5 0.169	0.077	691.91	0.000
		6 0.167	0.079	711.55	0.000
		7 0.182	0.050	734.86	0.000
		8 0.222	0.091	769.69	0.000
		9 0.330	0.231	846.92	0.000
		1... 0.418	0.149	970.41	0.000
		1... 0.520	0.215	1162.1	0.000
		1... 0.569	0.155	1392.3	0.000
		1... 0.486	-0.06...	1560.0	0.000
		1... 0.374	-0.03...	1659.6	0.000
		1... 0.273	0.019	1712.9	0.000
		1... 0.157	-0.09...	1730.5	0.000
		1... 0.085	-0.07...	1735.7	0.000
		1... 0.099	0.050	1742.7	0.000
		1... 0.128	0.007	1754.6	0.000
		2... 0.171	-0.04...	1775.6	0.000
		2... 0.282	0.104	1833.0	0.000
		2... 0.384	0.106	1939.2	0.000
		2... 0.502	0.176	2121.0	0.000
		2... 0.559	0.116	2346.6	0.000
		2... 0.478	-0.05...	2512.3	0.000
		2... 0.386	0.051	2620.4	0.000
		2... 0.292	0.051	2682.3	0.000
		2... 0.226	0.081	2719.5	0.000
		2... 0.166	-0.02...	2739.5	0.000
		3... 0.170	0.018	2760.7	0.000
		3... 0.146	-0.08...	2776.3	0.000
		3... 0.181	-0.00...	2800.2	0.000
		3... 0.265	0.000	2851.6	0.000
		3... 0.358	0.015	2945.5	0.000
		3... 0.473	0.109	3110.2	0.000
		3... 0.569	0.193	3348.8	0.000

- Ecuador

Sample: 1960M01 2018M01

Included observations: 696

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.609	0.609	259.12	0.000
		2	0.549	0.284	470.26	0.000
		3	0.504	0.158	648.08	0.000
		4	0.453	0.074	792.14	0.000
		5	0.461	0.129	941.28	0.000
		6	0.466	0.125	1094.2	0.000
		7	0.427	0.029	1222.5	0.000
		8	0.413	0.037	1343.1	0.000
		9	0.463	0.157	1494.6	0.000
		1...	0.444	0.063	1634.4	0.000
		1...	0.483	0.125	1799.6	0.000
		1...	0.476	0.069	1960.9	0.000
		1...	0.439	0.008	2098.1	0.000
		1...	0.359	-0.11...	2190.0	0.000
		1...	0.386	0.041	2296.5	0.000
		1...	0.319	-0.08...	2369.0	0.000
		1...	0.325	-0.00...	2444.6	0.000
		1...	0.329	0.001	2522.2	0.000
		1...	0.339	0.060	2604.7	0.000
		2...	0.363	0.061	2699.2	0.000
		2...	0.369	0.033	2797.4	0.000
		2...	0.369	0.022	2895.6	0.000
		2...	0.332	-0.03...	2975.4	0.000
		2...	0.379	0.082	3079.3	0.000
		2...	0.297	-0.07...	3143.2	0.000
		2...	0.325	0.055	3219.9	0.000
		2...	0.297	-0.00...	3284.0	0.000
		2...	0.262	-0.04...	3334.0	0.000
		2...	0.260	-0.00...	3383.1	0.000
		3...	0.280	0.013	3440.3	0.000
		3...	0.280	0.008	3497.6	0.000
		3...	0.244	-0.09...	3541.2	0.000
		3...	0.254	-0.02...	3588.3	0.000
		3...	0.234	-0.00...	3628.4	0.000
		3...	0.269	0.061	3681.7	0.000
		3...	0.328	0.159	3760.7	0.000

- México

Sample: 1960M01 2018M01

Included observations: 696

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.878	0.878	538.72	0.000
		2	0.801	0.131	987.67	0.000
		3	0.756	0.131	1387.9	0.000
		4	0.734	0.137	1765.9	0.000
		5	0.705	0.033	2115.2	0.000
		6	0.676	0.031	2437.2	0.000
		7	0.667	0.105	2751.3	0.000
		8	0.654	0.028	3053.2	0.000
		9	0.639	0.030	3341.8	0.000
		1...	0.634	0.077	3626.4	0.000
		1...	0.649	0.132	3925.1	0.000
		1...	0.643	-0.00...	4219.1	0.000
		1...	0.589	-0.18...	4466.2	0.000
		1...	0.553	-0.02...	4684.3	0.000
		1...	0.534	0.003	4888.0	0.000
		1...	0.515	-0.03...	5077.1	0.000
		1...	0.500	0.037	5255.9	0.000
		1...	0.486	0.004	5424.9	0.000
		1...	0.477	0.002	5588.2	0.000
		2...	0.465	0.007	5743.5	0.000
		2...	0.467	0.074	5900.2	0.000
		2...	0.470	0.021	6059.4	0.000
		2...	0.496	0.133	6237.1	0.000
		2...	0.522	0.150	6433.9	0.000
		2...	0.486	-0.14...	6605.1	0.000
		2...	0.443	-0.12...	6747.5	0.000
		2...	0.420	-0.00...	6875.9	0.000
		2...	0.412	0.001	6999.2	0.000
		2...	0.417	0.080	7125.8	0.000
		3...	0.402	-0.02...	7243.9	0.000
		3...	0.403	0.044	7362.8	0.000
		3...	0.400	-0.01...	7480.1	0.000
		3...	0.420	0.107	7609.1	0.000
		3...	0.430	0.020	7745.1	0.000
		3...	0.468	0.116	7906.1	0.000
		3...	0.488	0.055	8081.3	0.000

- Paraguay

Sample: 1960M01 2018M01

Included observations: 695

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.203	0.203	28.672	0.000
		2	0.039	-0.00...	29.748	0.000
		3	0.114	0.111	38.912	0.000
		4	0.012	-0.03...	39.011	0.000
		5	0.064	0.070	41.869	0.000
		6	0.172	0.141	62.663	0.000
		7	0.071	0.013	66.229	0.000
		8	0.092	0.069	72.154	0.000
		9	0.120	0.064	82.255	0.000
		1...	0.151	0.124	98.470	0.000
		1...	0.164	0.100	117.59	0.000
		1...	0.204	0.139	147.21	0.000
		1...	0.065	-0.02...	150.26	0.000
		1...	0.044	0.006	151.60	0.000
		1...	0.089	0.034	157.26	0.000
		1...	0.057	-0.00...	159.57	0.000
		1...	0.069	0.005	162.93	0.000
		1...	0.197	0.122	190.83	0.000
		1...	0.150	0.068	206.95	0.000
		2...	0.044	-0.04...	208.31	0.000
		2...	0.078	0.000	212.67	0.000
		2...	0.043	-0.03...	214.02	0.000
		2...	0.048	-0.00...	215.71	0.000
		2...	0.159	0.078	234.00	0.000
		2...	0.114	0.037	243.34	0.000
		2...	0.025	-0.03...	243.79	0.000
		2...	0.062	-0.00...	246.56	0.000
		2...	0.023	-0.04...	246.96	0.000
		2...	0.047	-0.01...	248.54	0.000
		3...	0.151	0.056	265.17	0.000
		3...	0.019	-0.07...	265.44	0.000
		3...	0.047	0.047	267.08	0.000
		3...	0.022	-0.06...	267.43	0.000
		3...	-0.00...	-0.03...	267.49	0.000
		3...	0.126	0.085	279.24	0.000
		3...	0.187	0.090	304.95	0.000

- Perú

Sample: 1960M01 2018M01

Included observations: 696

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.607	0.607	257.54	0.000
		2	0.538	0.269	460.29	0.000
		3	0.500	0.166	635.22	0.000
		4	0.537	0.231	837.77	0.000
		5	0.516	0.125	1025.0	0.000
		6	0.494	0.082	1196.6	0.000
		7	0.466	0.049	1349.8	0.000
		8	0.442	0.016	1487.5	0.000
		9	0.415	-0.00...	1609.2	0.000
		1...	0.403	0.010	1724.5	0.000
		1...	0.409	0.045	1843.1	0.000
		1...	0.401	0.034	1957.3	0.000
		1...	0.381	0.014	2060.6	0.000
		1...	0.372	0.026	2159.1	0.000
		1...	0.380	0.048	2261.9	0.000
		1...	0.401	0.080	2376.8	0.000
		1...	0.380	0.017	2480.3	0.000
		1...	0.374	0.023	2580.3	0.000
		1...	0.373	0.030	2680.2	0.000
		2...	0.341	-0.04...	2763.9	0.000
		2...	0.305	-0.07...	2830.7	0.000
		2...	0.333	0.037	2910.7	0.000
		2...	0.404	0.151	3028.5	0.000
		2...	0.242	-0.23...	3071.0	0.000
		2...	0.234	-0.05...	3110.5	0.000
		2...	0.180	-0.11...	3133.8	0.000
		2...	0.191	-0.07...	3160.2	0.000
		2...	0.200	0.027	3189.4	0.000
		2...	0.197	0.021	3217.7	0.000
		3...	0.160	-0.02...	3236.4	0.000
		3...	0.152	0.012	3253.3	0.000
		3...	0.144	0.013	3268.5	0.000
		3...	0.130	-0.02...	3280.9	0.000
		3...	0.120	-0.03...	3291.4	0.000
		3...	0.120	-0.00...	3302.0	0.000
		3...	0.119	0.012	3312.5	0.000

- Uruguay

Sample: 1960M01 2018M01

Included observations: 696

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.498	0.498	173.15	0.000
		2	0.399	0.201	284.39	0.000
		3	0.487	0.316	450.61	0.000
		4	0.438	0.135	585.16	0.000
		5	0.437	0.161	719.36	0.000
		6	0.544	0.282	927.95	0.000
		7	0.378	-0.06...	1028.9	0.000
		8	0.399	0.094	1141.1	0.000
		9	0.429	0.029	1271.1	0.000
		1...	0.363	-0.01...	1364.7	0.000
		1...	0.361	0.007	1456.9	0.000
		1...	0.435	0.086	1591.1	0.000
		1...	0.318	-0.05...	1662.9	0.000
		1...	0.315	-0.01...	1733.7	0.000
		1...	0.399	0.101	1847.4	0.000
		1...	0.313	-0.04...	1917.3	0.000
		1...	0.304	0.012	1983.3	0.000
		1...	0.329	-0.02...	2061.1	0.000
		1...	0.301	0.049	2126.2	0.000
		2...	0.290	-0.01...	2186.6	0.000
		2...	0.325	0.020	2262.5	0.000
		2...	0.299	0.056	2326.8	0.000
		2...	0.319	0.059	2400.4	0.000
		2...	0.311	0.010	2470.2	0.000
		2...	0.298	0.038	2534.6	0.000
		2...	0.280	-0.00...	2591.5	0.000
		2...	0.310	0.010	2661.1	0.000
		2...	0.243	-0.07...	2704.0	0.000
		2...	0.238	-0.04...	2745.1	0.000
		3...	0.301	0.062	2811.0	0.000
		3...	0.255	-0.04...	2858.3	0.000
		3...	0.215	-0.03...	2892.0	0.000
		3...	0.203	-0.08...	2922.3	0.000
		3...	0.201	-0.00...	2951.8	0.000
		3...	0.226	0.028	2989.2	0.000
		3...	0.235	0.012	3029.7	0.000

BIBLIOGRAFIA

- Acevedo E. (2006, Enero 27). "Inflación y crecimiento económico en México: una relación no lineal". *Economía mexicana nueva época*, 15, pp. 199-249.
- Arestis, P. y M. Sawyer, 2003a, 'Inflation Targeting: A Critical Appraisal', Working Paper no. 388, The Levy Economics Institute of Bard College, Annandale-on-Hudson, NY, September.
- Ball, L., (1992). "Why does high inflation raise inflation uncertainty?". *Journal of Monetary Economics*, Vol. 29(3), 371– 388.
- Bojanic, Antonio N. (2013). "Inflación e incertidumbre inflacionaria en Bolivia". *El Trimestre Económico*, LXXX (2), abril-junio, pp.401-426.
- Bollerslev, T. (1986). "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity". *Journal of Econometrics*, Vol. 31(3), pp 307-328.
- Brito R. D. & Bystedt B.. (2010). Inflation targeting in emerging economies: Panel evidence. *Journal of Development Economics*, 91, 198-210.
- Brooks, C. (2008). *Introductory econometrics for finance*. Cambridge University Press.
- Caballero C. B., y R. Caballero (2015). "Efectos asimétricos de shocks de inflación e incertidumbre inflacionaria en Bolivia 1990-2013". *Economía Informa*, No. 394, pp. 68-99.
- Capistran C., and M. Ramos-Francia (2006). "Inflation dynamics in Latin America". *Documentos de Investigación Banco de México*, No. 2006-15, pp. 1-22
- Caporale G. M. y Kontonikas A.. (2009). The Euro and inflation uncertainty in the European Monetary Union. *Journal of International Money and Finance*, 28, 954-971.
- Carrasco C. A. y Ferreiro J.. (2014). Latin American inflation differentials with USA inflation: does Inflation Targeting make a difference?. *Journal of Economic Policy Reform*, 17, 13-32
- Cukierman, A. (1992). *Central Bank strategy, credibility, and independence*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Cukierman, A., S. Webb, and B. Neyapti (1992). "Measuring th of Central Banks and its effect on policy outcomes." *World Bank Economic Review* , Vol. 6 (3), pp. 353–398.
- Cukierman, A., y A. Meltzer (1986). "A theory of ambiguity, credibility and inflation under

- discretion and asymmetric information”. *Econometrica*, Vol. 54(5), pp. 1099-1128.
- Dickey D. A., y W.A. Fuller, (1979). “Distribution of the estimators for Autoregressive Time series with a Unit Root”. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74 (366), pp. 427-431.
- Enders, W. (2015). *Applied econometric Time Series*. New York, John Wiley.
- Engle R., F, (1982). “Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation”. *Econometrica*, Vol. 50(4), pp. 987–1007.
- Friedman, M., (1977). “Nobel lecture: inflation and unemployment”. *Journal of Political Economy*, Vol. 85(3), pp. 451– 472.
- Fondo Monetario Internacional. (Septiembre 2005). *Perspectivas de la economía mundial. Estudios económicos y financieros*, 8507, 1-317.
- Fontana G.. (Mayo 2009). *Whither New Consensus Macroeconomics? The Role of Government and Fiscal Policy in Modern Macroeconomics*. The Levy Economics Institute of Bard College, 563, 1-24.
- García A. y Perrotini H. (2014). *Modus operandi del Nuevo Consenso Macroeconómico en Brasil, Chile y México*. *Problemas del desarrollo*, 45, 179.
- González, M. (2011). *"Pronósticos: Metodología de Box-Jenkins"*. Estado de México: ARVE.
- Grier R., and K., B. Grier, (1997). “*Inflación e incertidumbre inflacionaria en México. 1960-1997*”. *Centro de Investigación y Docencia Económicas*, Número 93.
- Grier R., and K., B. Grier, (2006). “On the real effects of inflation and inflation uncertainty in México”, *Journal of Development Economics*, Vol. 80(2), pp. 478-500.
- Grier, K. B., and Perry, M., (1998). “On inflation and inflation uncertainty in the G-7 countries”. *Journal of International Money and Finance*, Vol. 17(4), pp. 671–689.
- Griffin C. H. . (Septiembre-Diciembre 2010). *The external impacts of Central Bank Independence*. *Revista Contabilidade & Finanças*, 21, 51-63.
- Gujarati D. N. y Porter D. C.. (2010). *Econometría*. México: Mc Graw Hill.
- Holland, S. (1995). “Inflation and uncertainty: tests of temporal ordering”, *Journal of Money, Credit and Banking*, No. 27, pp. 827-837
- International Monetary Fund, *Annual Report on Exchange Arrangements and Exchange Restrictions* (Washington, October 2016).

- Jiranyakul K. y Opiela T. P.. (2010). Inflation and inflation uncertainty in the ASEAN-5 economies. *Journal of Asian Economics*, 21, 105-112.
- Kontonikas, A. (2004). Inflation and inflation uncertainty in the United Kingdom: Evidence from GARCH modeling”. *Economic Modelling*, Vol. 21(3), pp. 387-618.
- Mishkin, F. y Schmidt-Hebbel, 2001, ‘One decade of inflation targeting in the world: What do we know and what do we need to know?’, NBER Working Paper Series, no. 8397, National Bureau of Economic Research, Cambridge, Mass.
- Nergiz Dincer N. y Eichengreen B.. (Marzo 2014). Central Bank Transparency and Independence: Updates and New Measures. *International Journal of Central Banking*, 10, 189-253
- Perrotini Hernández, Ignacio (2007): “El nuevo paradigma monetario”, *Economía UNAM* Vol. 4 No. 11, pp. 64-82.
- Pourgerami, A., y K., Maskus (1987), “The effects of inflation on the predictability of price changes in Latin America: Some estimates and policy implications”. *World Development*, Vol. 15(2), pp. 287-290.
- Rocabado, P (2009), “Inflación e Incertidumbre Inflacionaria: Un Análisis para la Economía Boliviana 1937-2009”, Documento de defensa de Tesis UMSA.
- Roger, S. (2010). Inflation targeting turns 20. *Finance and Development*, 12(March), 46–49.
- Rosas Rojas E.. (2011). Intervención Esterilizada en los Mercados de Cambios de América Latina: Brasil, Chile y México. *Revista Problemas del Desarrollo*, 167 (42), 97-122.
- Ungar, M., y B. Zilberfarb (1993), “Inflation and its Unpredictability – Theory and Empirical Evidence”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 25(4), pp. 709-720.
- Woodford, M. 2003, *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton, NJ, Princeton University Press.
- Wooldridge J. M.. (2010). *Introducción a la econometría. Un enfoque moderno*. Estados Unidos: CENGAGE Learning.